Exercice 1 — 4 points

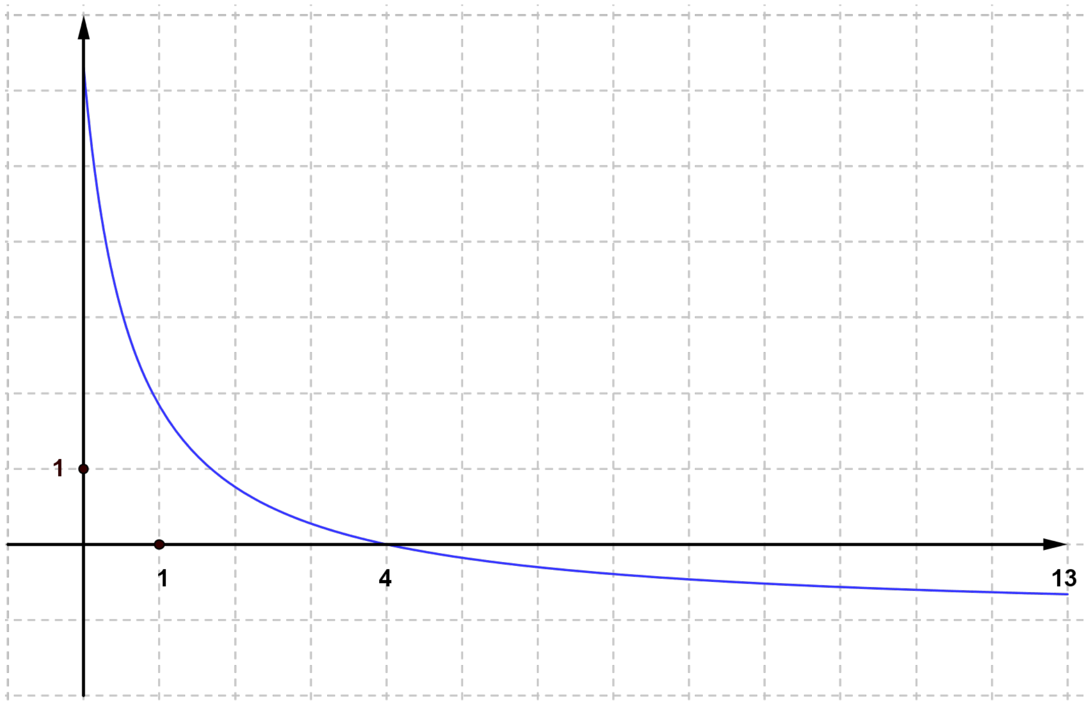
Pour chacune des situation suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse, justifier la réponse. Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3;1]$.

x	-3		-1		0		1
Variations de f	-6	↗	-1	↘	-2	↗	4

Proposition 1 : L'équation $f(x)=0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[-3;1]$.

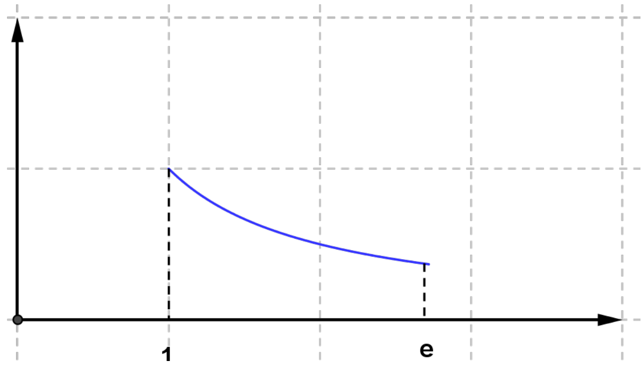
2. On considère une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0;13]$ et on donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction g', fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[0;13]$.



Proposition 2 : La fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $[0;4]$.

Proposition 3 : La fonction g est concave sur l'intervalle $[0;13]$.

3. La courbe ci-après esl représentation graphe de la fonction h définie sur l'intervalle $[1;e]$ par $h(x)=\frac{1}{x}$



Proposition 4 : La fonction h est une fonction de densité de probabilité sur l'intervalle $[1;e]$.

CORRECTION

1. Proposition 1 : **VRAIE**

Sur l'intervalle $[-3;0]$, f admet pour valeur maximale : -1 < 0 donc l'équation $f(x)=0$ n'admet pas de solution sur $[-3:0]$.

Sur l'intervalle ¿$0;1]$, la fonction f est continue et strictement croissante, $f(0)=-2<0$ et $f(1)=4>0$ donc le théorème des valeurs intermédiaires nous permet d'affirmer que l'équation $f(x)=0$ ad met une solution unique dans l'intervalle $[0;1]$.

Conclusion :

L'équation $f(x)=0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[-3;1]$ donc la proposition 1 est vraie.

Proposition 2 : **FAUSSE**

Sur l'intervalle $[0;4]$, la courbe représentative de g' est au dessus de l'axe des abscisses donc $g'(x)\geqslant 0$ pour tout x de cet intervalle donc g est croissante sur $[0;4]$.

Conclusion :

La proposition 2 est fausse.

Proposition 3 : **VRAIE**

Graphiquement, on remarque que la fonction g' est décroissante sur $[0;13]$.

Conséquence

la fonction dérivée de g' : g'' est négative sur $[0;13]$ soit $g''(x)\leqslant 0$.

Conclusion

g est concave sur $[0;13]$.

3. Proposition 4 : **VRAIE**

h est une fonction de densité de probabilité sur l'intervalle $[1;e]$ si et seulement si h est continue sur $[1;e]$ et pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1;e]$ $h(x)\geqslant 0$ et $\int_1^e h(x)\,dx = 1$.

. h est continue sur $[1;e]$.

. La courbe représentative de h est au dessus de l'axe des abscisses sur $[1;e]$ donc pour tout nombre réel x appartenant à $[1;e]$ on a : $h(x)\geqslant 0$.

. $h(x)=\frac{1}{x}$ donc ln est une primitive de h sur $[1;e]$.

$\int_1^e h(x)\,dx$ = ln(e)-ln(1) = 1 – 0 = 1.

Conclusion

La proposition 4 est vraie.