

Exercice 4**3 points**

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = 3x - 3x \ln(x)$$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé et T la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1.

Quelle est la position relative de \mathcal{C}_f par rapport à T ?

CORRECTION

f est définie sur $]0; \infty[$ par : $f(x) = 3x - 3x \ln(x)$

f est deux fois dérivable sur $]0; +\infty[$

$$f'(x) = 3 - 3 \left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} \right) = 3 - 3(\ln(x) + 1) = 3 - 3 \ln(x) - 3 = -3 \ln(x)$$

$$f''(x) = \frac{-3}{x} < 0$$

Donc f est une fonction concave sur $]0; +\infty[$, \mathcal{C}_f est en dessous de toutes ses tangentes sur $]0; +\infty[$, en particulier \mathcal{C}_f est en dessous de T (tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1).

Remarques

- T est une tangente horizontale.
- On peut regarder \mathcal{C}_f sur l'écran de la calculatrice, donc ici on représente la courbe représentative de f .

