

**Exercice 1****7 points**

Lors d'une opération promotionnelle, un magasin d'électroménager propose deux modèles de téléviseurs : un modèle A et un modèle B.

On s'intéresse aux acheteurs qui profitent de cette promotion.

70 % des acheteurs choisissent un téléviseur de modèle A.

Pour ces deux téléviseurs, le magasin propose une extension de garantie.

40 % des acheteurs du téléviseur de modèle A choisissent l'extension de garantie et 50 % des acheteurs du modèle B choisissent cette extension.

On interroge au hasard un acheteur à la sortie du magasin.

Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième.

Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

On note :

A l'événement « Un acheteur choisit le modèle A »

B l'événement « Un acheteur choisit le modèle B »

E l'événement « Un acheteur choisit l'extension de garantie ».

On note  $P(A)$  la probabilité de l'événement A.

**Partie A**

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'un acheteur choisisse le modèle A avec extension de garantie.
3. Montrer que  $P(E)=0,43$ .
4. Un acheteur n'a pas pris l'extension de garantie, calculer la probabilité qu'il ait acheté le modèle A.

**Partie B**

Le directeur du magasin souhaite estimer, parmi tous ses clients, le pourcentage de personnes qui trouvent l'opération promotionnelle intéressante.

Pour cela, il interroge au hasard clients et note que 123 la trouve intéressante.

Donner un intervalle de confiance au seuil de 95 % pour la proportion de clients qui trouvent l'opération promotionnelle intéressante.

**Partie C**

Pour sa prochaine promotion, le directeur s'intéresse à l'âge de ses clients. On modélise l'âge des clients en années par une variable aléatoire  $X$  qui suit une loi normale de moyenne  $\mu=40$  et d'écart type  $\sigma=8$ .

1. Calculer la probabilité qu'un client ait plus de 60 ans.
2. Calculer la probabilité qu'un client ait un âge compris entre 30 et 50 ans.

**CORRECTION**

**Partie A**

1. « 70 % des acheteurs choisissent un téléviseur de modèle A » donc  $P(A)=0,7$ .

$B=\bar{A}$  donc  $P(B)=1-P(A)=1-0,7=0,3$ .

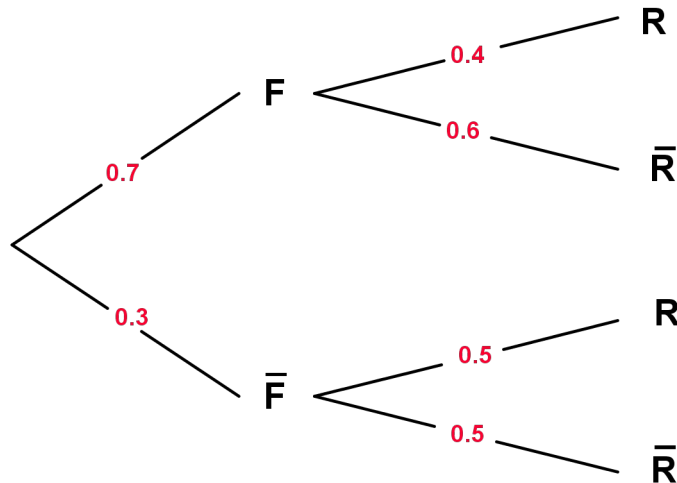
« 40 % des acheteurs du téléviseur de modèle A choisissent l'extension de garantie »

donc  $P_A(E)=0,4$  conséquence :  $P_A(\bar{E})=1-P_A(E)=1-0,4=0,6$ .

« 50 % des acheteurs du téléviseur de modèle B choisissent l'extension de garantie »

donc  $P_B(E)=0,5$  conséquence :  $P_B(\bar{E})=1-P_B(E)=1-0,5=0,5$ .

On obtient l'arbre pondéré suivant :



2. On nous demande de calculer  $P(A \cap E)$

$$P(A \cap E) = P(A) \times P_A(E) = 0,7 \times 0,4 = \mathbf{0,28}$$

3. En utilisant l'arbre pondéré ou la formules des probabilités totales.

$$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E)$$

$$P(E) = 0,28 + P(B) \times P_B(E) = 0,28 + 0,3 \times 0,5 = 0,28 + 0,15 = 0,43$$

$$P(E) = \mathbf{0,43}.$$

4. On nous demande de calculer  $P_{\bar{E}}(A)$

$$P_{\bar{E}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{E})}{P(\bar{E})}$$

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,43 = 0,57$$

$$P(A \cap \bar{E}) = P(A) \times P_A(\bar{E}) = 0,7 \times 0,6 = 0,42$$

$$P_{\bar{E}}(A) = \frac{0,42}{0,57} = \frac{42}{57} = \frac{14}{19} = \mathbf{0,737} \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

**Partie B**

La proportion de personnes trouvant l'opération promotionnelle intéressante dans l'échantillon est :

$$f = \frac{123}{110} = 0,586 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

Pour un échantillon de 210 personnes, on obtient pour intervalle de confiance au seuil de confiance

de 95 % :  $I = \left[ \frac{123}{210} - \frac{1}{\sqrt{210}}; \frac{123}{210} + \frac{1}{\sqrt{210}} \right]$

En utilisant la calculatrice

$$I=[0,516; 0,655]$$

### Partie C

X suit la loi normale de moyenne  $\mu=40$  et d'écart type  $\sigma=8$ .

En utilisant la calculatrice on obtient :

1.  $P(60 \leq X) = 0,06$  à  $10^{-3}$  près.
2.  $P(30 \leq X \leq 50) = 0,789$  à  $10^{-3}$  près.