Exercice 3 5 points

Pierre à des pommiers dans son verger. Il décide de faire du jus de pomme avec ses fruits.
Dans la récolte :
- il dispose de 80 de pommes de variété A et de 20 % de pommes de variété B.
- 18 % des pommes de variété A et 8 % des pommes de variété B sont avariées et devront être jetées.

On prend une pomme au hasard dans la récolte et on note :
- A l'événement « la pomme est de variété A »
- B l'événement « la pomme est de variété B »
- J l'événement « la pomme est jetée »
- $\overline{J}$ l'événement contraire de l'événement A.

On note $P(A)$ la probabilité de l'événement A.
Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.
Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième.

Partie A

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que la pomme soit de variété A et soit jetée.
3. Montrer que la probabilité qu'une pomme soit jetée est égale à $0{,}136$.
4. Calculer la probabilité qu'une pomme soit de variété A qu'elle a été jetée.

Partie B

Une pomme pèse en moyenne 150g.
On modélise le poids d'une pomme en grammes par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu=150$ et d'écart type $\sigma=10$.

1. Déterminer la probabilité que la pomme ait un poids inférieur à 150g.
2. Déterminer $P(120\leqslant X\leqslant 170)$. Interpréter ce résultat.

Partie C

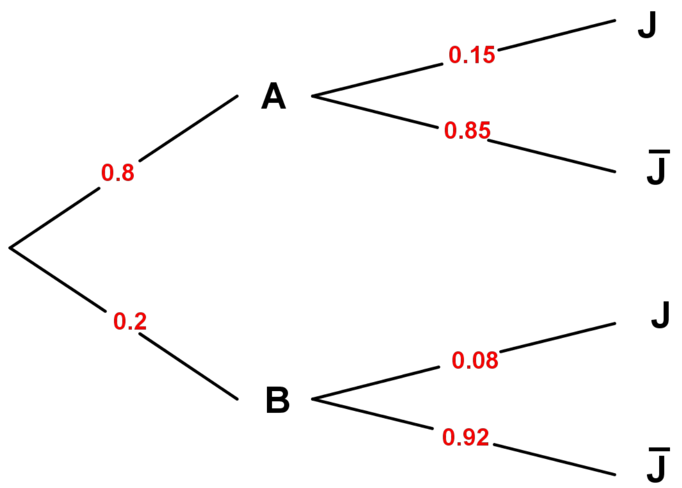
Pierre a pris rendez-vous dans une fabrique de jus dz pomme artisanale. Il arrive au hasard entre 8 heures et 9 heures 30 minutes.
Son heure d'arrivée est modélisée par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur [8;9,5].
Déterminer la probabilité que Pierre arrive entre 8h 30 et 8h 45.

CORRECTION

Partie A

1. L'énoncé précise :
« Pierre dispose de 80 % de pommes de variété A et de 20 % de pommes de variété B »
donc $P(A)=0{,}8$ et $P(B)=0{,}2$.
« 15 % des pommes de variété A et 8 % des pommes de variété B sont avariées et doivent être jetées »
donc $P_A(J)=0{,}15$ et $P_B(J)=0{,}08$

Conséquence
$P_A(\bar{J})=1-P_A(J)=1-0{,}15=0{,}85$
$P_B(\bar{J})=1-P_B(J)=1-0{,}08=0{,}92$
On obtient l'arbre pondéré suivant :



2. $P(A\cap J)=P(A)\times P_A(J)=0{,}8\times 0{,}15$ = $\underline{\mathbf{0{,}12}}$

3. En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales
$P(J)=P(A\cap J)+P(B\cap J)=0{,}8\times 0{,}15+0{,}2\times 0{,}08=0{,}12+0{,}016$ = $\underline{\mathbf{0{,}136}}$

4. On nous demande de calculer $P_J(A)$
$$P_J(A)=\frac{P(A\cap J)}{P(J)}=\frac{0{,}12}{0{,}136}=\frac{120}{136}=\underline{\mathbf{0{,}882}}$$

Partie B

X suit la loi normale d'espérance $\mu=150$ et d'écart type $\sigma=10$.

1. $P(X\leqslant 150)=P(X\leqslant\mu)=P(X>\mu)$ = $\underline{\mathbf{0{,}5}}$

2. En utilisant la calculatrice, on obtient :
$P(120\leqslant X\leqslant 170)$ = $\underline{\mathbf{0{,}9759}}$
Interprétation
97,59 % des pommes ont un poids compris entre 120g et 170g.

Partie C

Il faut exprimer le temps en heure en utilisant le système décimal.
1heure 30minutes : 1,5h

1heure 15minutes : 1,25h
1heure 12minutes : 1,2h
On note Y la variable aléatoire dont la loi est uniforme sur l'intervalle [8;9,5].
8heures 45minutes : 8,75h
8heures 30minutes : 8,5h

$$P(8,5 \leqslant Y \leqslant 8,75) = \frac{8,75-8,5}{9,5-8} = \frac{0,25}{1,5} = \frac{1}{6} = \underline{\mathbf{0,33}}$$