

Exercice 1

5 points

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Partie A

A une roue de loterie dans une fête foraine, la probabilité annoncée de gagner une partie est égale à 0,12. Un joueur a la possibilité de jouer plusieurs parties.

1. Un joueur achète un carnet de tickets permettant de faire quatre parties. La valeur la plus approchée de la probabilité que le joueur gagne une seule fois sur les quatre parties est :

a : 0,3271 b : 0,0002 c : 0,4824 d : 0,225

2. Après avoir gagné une partie, le joueur a la possibilité d'emporter un lot ou de le remettre en jeu. La probabilité qu'un joueur emporte son lot sachant qu'il a gagné est 0,8. La valeur la plus approchée de la probabilité qu'il parte avec son lot après une seule partie :

a : 0,024 b : 0,12 c : 0,096 d : 0,8

On modélise le nombre de parties jouées par jour à cette loterie par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 150$ et d'écart type $\sigma = 10$.

3. Une valeur approchée à 10^{-3} près de $P(140 < X < 160)$ est :

a : 0,954 b : 0,683 c : 0,997 d : 0,841

Partie B

4. La fonction f' , dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x+1)e^{-x}$, a pour expression

a : $(-x-1)e^{-x}$ b : $(-2x-3)e^{-x}$ c : $(2x+3)e^{-x}$ d : $(-2x+1)e^{-x}$

5. Soit un nombre réel strictement positif a . parmi ces suites d'inégalités quelle est l'inégalité correcte

a : $a < \ln a < e^a$ b : $e^a < a < \ln a$ c : $\ln a < e^a < a$ d : $\ln a < a < e^a$

CORRECTION

Partie A

1. Réponse : a

Justifications non demandées

Epreuve de Bernoulli : Un joueur effectue une partie

Succès S « le joueur gagne la partie » $P(S)=0,12$

Echec $\bar{S}$ « le joueur perd la partie » $P(\bar{S})=1-0,12=0,88$

Le joueur effectue 4 parties que l'on suppose indépendantes.

La loi de probabilité de la variable aléatoire X égale au nombre de succès en 4 épreuves est la loi binomiale de paramètres 4 et 0,12.

Donc la probabilité que le joueur gagne une partie et une seule en effectuant 4 parties est :

$$P(X=1)=\binom{4}{1} \times 0,12^1 \times 0,88^3 = 4 \times 0,12 \times 0,88^3$$

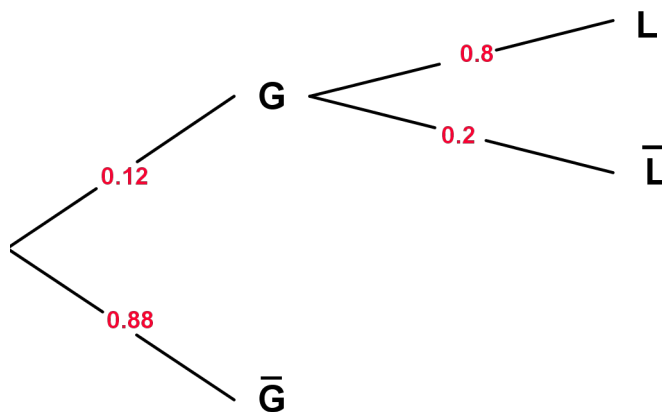
En utilisant la calculatrice, on obtient : $P(X=1)=0,3271$ donc réponse : a.

2. Réponse : c

Justifications non demandées

On note G l'événement « le joueur gagne la partie » et L l'événement « le joueur part avec son lot ».

On peut considérer une partie d'un arbre pondéré.



$$P(G \cap L) = P(G) \times P(L) = 0,12 \times 0,8 = 0,096 \quad \text{Donc réponse : c.}$$

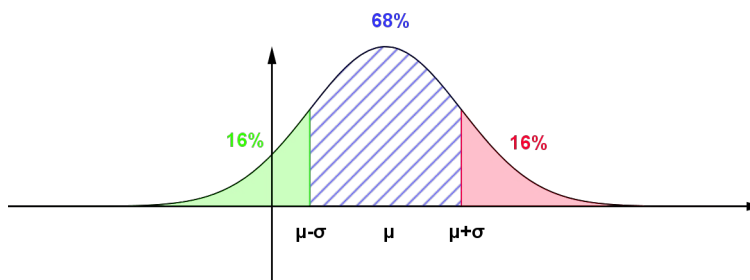
3. Réponse : b

Justifications non demandées

X suit une loi normale de moyenne $\mu=150$ et d'écart type $\sigma=10$

$$P(140 \leq X \leq 160) = P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0,683 \quad (\text{résultat de cours})$$

Rappel



donc réponse : b

Partie B

4. Réponse d

Justifications non demandées

Pour tout nombre réel x : $f(x) = (2x+1)e^{-x}$

$$(2x+1)' = 2 \quad \text{et} \quad (e^{-x})' = -e^{-x}$$

$$f'(x) = (2x+1)(-e^{-x}) + 2e^{-x} = (-2x-1+2)e^{-x} = (-2x+1)e^{-x}$$

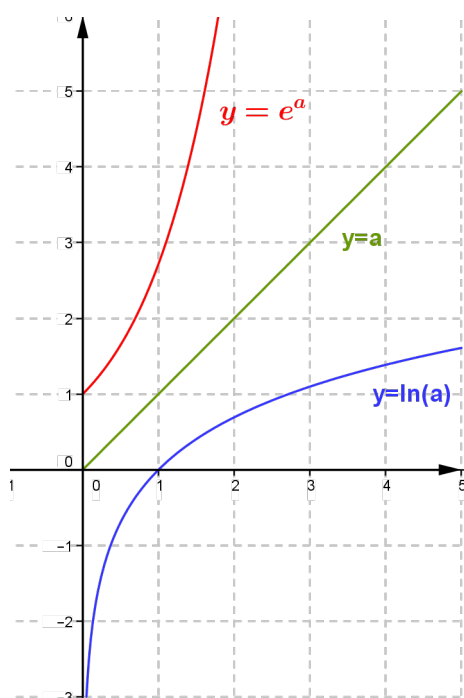
donc réponse : d.

5. Réponse : d

Justifications non demandées

Sur l'écran de la calculatrice, on obtient les courbes représentatives des fonctions définies sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(a) = \ln(a) \quad \text{et} \quad g(a) = a \quad \text{et} \quad h(a) = e^a$$



En considérant les positions des 3 courbes représentatives, on obtient : $\ln(a) < a < e^a$
donc réponse : d.