

Exercice 1**5 points**

Pour chacune des propositions suivantes, dire si la proposition est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
L'entreprise MICRO vend en ligne du matériel informatique notamment des ordinateurs portables et des clés USB.

Partie A

Durant la période de garantie, les deux problèmes les plus fréquemment relevés par le service après-vente portent sur la batterie et sur le disque dur, ainsi :

. Parmi les ordinateurs vendus 5 % ont été retournés pour un défaut de batterie et parmi ceux-ci 2 % ont aussi un disque dur défectueux.

. Parmi les ordinateurs dont la batterie fonctionne correctement, 5 % ont un disque dur défectueux.

On suppose que la société MICRO garde constant le niveau de qualité de ses produits

Suite à l'achat en ligne d'un ordinateur :

Proposition 1

La probabilité que l'ordinateur acheté n'ait ni problème de batterie ni problème de disque dur est égale à 0,08 à 0,01 près.

Proposition 2

La probabilité que l'ordinateur acheté ait un problème de disque dur défectueux est égale à 0,0485.

Proposition 3

Sachant que l'ordinateur a été retourné pendant sa période de garantie car son disque dur était défectueux, la probabilité que sa batterie le soit également est inférieure à 0,02.

Partie B

L'autonomie de la batterie qui équipe les ordinateurs portables distribués par la société MICRO, exprimée en heure, suit une loi normale d'espérance $\mu=8$ et d'écart-type $\sigma=2$.

Proposition 4

La probabilité que l'ordinateur ait une autonomie supérieure ou égale à 10 h est inférieure à 0,2.

Partie C

L'entreprise MICRO vend également des clés USB et communique sur ce produit en affirmant que 96 % des clés commercialisables fonctionnent correctement.

Sur 1 000 clés prélevées dans le stock, 50 clés se révèlent défectueuses.

Proposition 5

Ce test, réalisé sur ces 1 000 clés, ne remet pas en cause la communication de l'entreprise.

CORRECTION

Partie A

On note :

B l'événement : »L'ordinateur acheté a un problème de batterie «

D l'événement : »l'ordinateur acheté a un problème de disque dur «

L'énoncé précise :

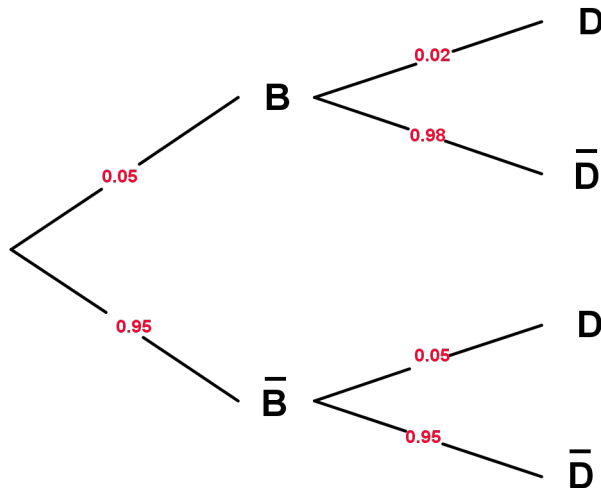
$$P(B)=0,05 \text{ et } P_B(D)=0,02 \text{ et } P_{\bar{B}}(D)=0,05$$

$$\text{donc } P(\bar{B})=1-P(B)=1-0,05=0,95$$

$$\text{et } P_B(\bar{D})=1-P_B(D)=1-0,02=0,98$$

$$\text{et } P_{\bar{B}}(\bar{D})=1-P_{\bar{B}}(D)=1-0,05=0,95$$

On obtient l'arbre pondéré suivant :



Proposition 1 :

FAUSSE

On nous demande de calculer : $P(\bar{B} \cap \bar{D})$

$$P(\bar{B} \cap \bar{D}) = P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(\bar{D}) = 0,95 \times 0,95 = 0,9025 \neq 0,08$$

donc la proposition 1 est fausse.

Proposition 2 :

VRAIE

On nous demande de calculer $P(D)$.

En utilisant le théorème des probabilités totales ou l'arbre pondéré on obtient :

$$P(D) = P(B \cap D) + P(\bar{B} \cap D) = 0,05 \times 0,02 + 0,95 \times 0,05 = 0,001 + 0,0475 = 0,0485$$

Proposition 3 :

FAUSSE

$$P_D(B) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0,001}{0,0485} = \frac{10}{485} = 0,206$$

$$\text{et } P(D) > 0,02$$

Proposition 4 :

VRAIE

$$10 = 8 + 2 = \mu + \sigma$$

Si X suit la loi normale de moyenne μ et d'écart type σ alors $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0,68$

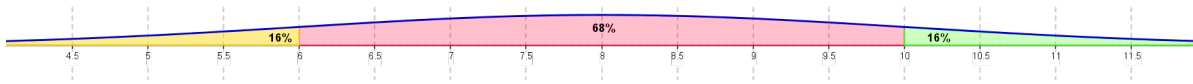
$$\text{et } P(X \leq \mu - \sigma) = P(\mu + \sigma \leq X)$$

$$\text{donc } P(\mu + \sigma \leq X) = \frac{1}{2}(1 - P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)) = 0,16$$

$$\text{et } P(10 \leq X) = 0,16 < 0,2$$

donc la probabilité que l'ordinateur ait une autonomie supérieure ou égale à 10 h est inférieure à 0,2.

On joint une figure pour visualiser les rappels.



Proposition 5 :

FAUSSE

La proportion de clés défectueuses dans l'échantillon est $f = \frac{1\,000 - 50}{1\,000} = 0,95$.

La proportion déclarée par l'entreprise est $p = 0,98$.

$n = 1000 \geq 30$; $np = 980 \geq 5$; $n(1-p) = 1000 \times 0,02 = 20 \geq 5$

On détermine l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

$$I_{1000} = \left[0,98 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,98 \times 0,02}{1000}} ; 0,98 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,98 \times 0,02}{1000}} \right]$$

$$0,0086 \leq 1,96 \times \sqrt{\frac{0,98 \times 0,02}{1000}} \leq 0,0087$$

$$[0,972 ; 0,988] \subset I_{1000} \subset [0,971 ; 0,989]$$

0,95 n'appartient pas à I_{1000}

Ce test remet en cause la communication de l'entreprise au seuil de 95 %.