## Exercice 1 5 points

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépentante

**Partie A**

A une sortie d'autoroute, le gare de péage comporte trois voies.
Une étude statistique a montré que :

- 28 % des automobilistes empruntent la voie de gauche, réservée aux abonnés ; un automobiliste empruntant cette voie franchit toujours le péage en moins de 10 secondes ;
- 52 % des automobilistes empruntent la voie du centre, réservée au paiement par carte bancaire ; parmi ces derniers, 75 % franchissent le péage en moins de 10 secondes ;
- les autres automobilistes emptuntent la voie de droite en utilisant un autre moyen de paiement(pièces ou billets).

On choisit un automobiliste au hasard et on considère les événements suivants :

- G : « l'automobiliste emprunte la voie de gauche » :
- C : « l'automobiliste emprunte la voie du centre » ;
- D : « l'automobiliste emprunte la voie de droite » ;
- T : « l'automobiliste franchit le péage en moins de 10 secondes.

On note $\overline{T}$ l'événement contraire de T.

**1.** Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.

**2.** Calculer la probabilité $P(C\cap T)$ .

**3.** L'étude a aussi montré que 70 % des automobilistes passent le péage en moins de 10 secondes.
**3.a.** Justifier que $P(D\cap T)=0{,}03$ .
**3.b.** Calculer la probabilité qu'un automobiliste empruntant la voie de droite passe le péage en moins de 10 secondes.

**Partie B**

Quelques kilomètres avant la sortie de l'autoroute, un radar automatique enregistre la vitesse de chaque automobiliste. On considère la variable aléatoire V qui à chaque automobiliste associe sa vitesse exprimée en $\text{kmh}^{-1}$ .
On admet que V suit la loi normale d'espérance $\mu=120$ et d'écart-type $\sigma=7{,}5$ .

**1.** Déterminer la probabilité $P(120<V<130)$ . On arrondira le résultat au millième.

**2.** Une contravention est envoyée à l'automobiliste lorsque sa vitesse est supérieure ou égale à $138\,\text{kmh}^{-1}$ .
Déterminer la probabilité qu'un automobiliste soit sanctionné. On arrondira le résultat au millième.

**CORRECTION**

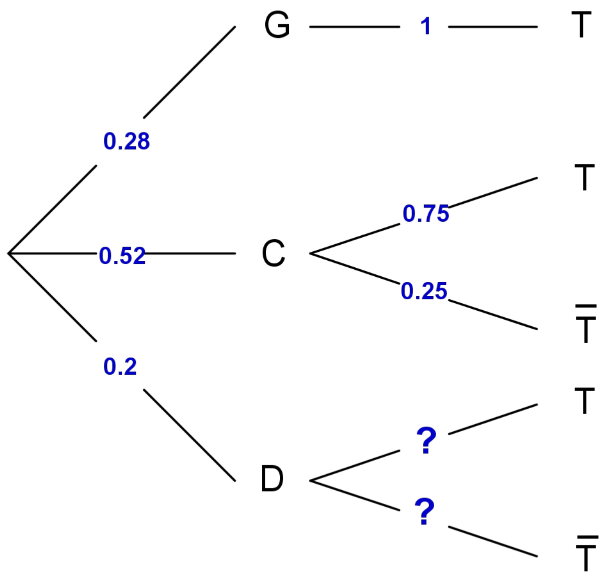
**Partie A**

**1.** « 28 % des automobilistes empruntent la voie de gauche, réservée aux abonnés, un automobiliste empruntant cette voie franchit toujours le péage en moins de 10 secondes »
donc $P(G)=0{,}28$ et $P_G(T)=1$

. « 52 % des automobilistes empruntent la voie du centre, réservée au paiement par carte bancaire ; parmi ces derniers, 75 % franchissent le péage en moins de 10 secondes »
donc $P(C)=0{,}52$ et $P_C(T)=0{,}75$
et $P_C(\bar{T})=1-P_C(T)=1-0{,}75=0{,}25$

. $P(D)=1-P(G)-P(C)=1-0{,}28-0{,}52=0{,}20$
L'énoncé ne nous permet pas de connaître $P_D(T)$ et $P_D(\bar{T})$

. On obtient l'arbre pondéré suivant :



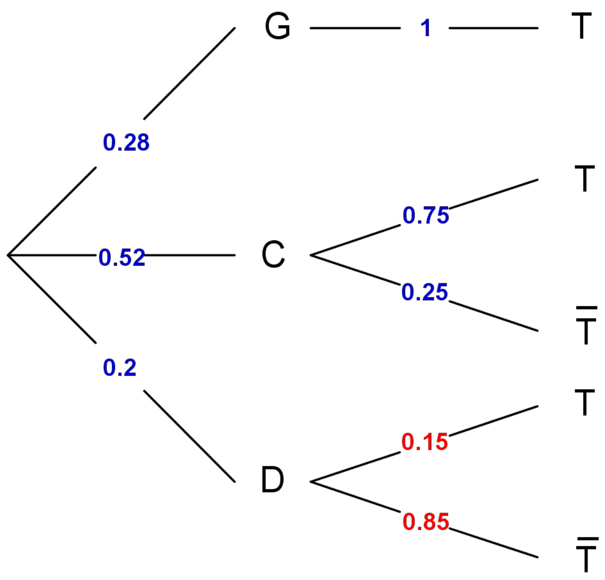

**2.** $P(C\cap T)=P(C)\times P_C(T)=0{,}52\times 0{,}75=$ **0,39.**

**3.** « L'étude a aussi montré que 70 % des automobilistes passent au péage au moins 10 secondes »
donc $P(T)=0{,}7$

**3.a.** La formule des probabilités totales, donne :
$P(T)=P(G\cap T)+P(C\cap T)+P(D\cap T)$
$P(G\cap T)=P(G)\times P_G(T)=0{,}28\times 1=0{,}28$
donc
$0{,}7=0{,}28+0{,}39+P(D\cap T)$
$P(D\cap T)=0{,}7-0{,}28-0{,}39=$ **0,03.**

**3.b.** $P(D\cap T)=P(D)\times P_D(T)$
$0{,}03=0{,}2\times P_D(T)$
$P_D(T)=\dfrac{0{,}03}{0{,}2}=$ **0,15.**
$P_D(\bar{T})=1-P_D(T)$
$P_D(\bar{T})=1-0{,}15=$ **0,85.**

On complète l'arbre pondéré précédent et on obtient :




**Partie B**

**1.** En utilisant la calculatrice on obtient :
$P(120<V<130)=$ **0,419.**

**2.** En utilisant la calculatrice, on obtient :
$P(138<V)=$ **0,008.**