Exercice 1 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point.
Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie sur l'intervalle [0;6].

On pose $I = \int_0^4 f(x)\,dx$. Un encadrement de I est :

a. $0 \leqslant I \leqslant 2$ **b.** $2 \leqslant I \leqslant 4$ **c.** $4 \leqslant I \leqslant 6$ **d.** $6 \leqslant I \leqslant 8$

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ pat $g(x) = 2e^x - 3x^2$.
La courbe représentative de g admet un point d'inflexion qui a pour abscisse :

a. 1 **b.** 0 **c.** ln(3) **d.** ln(2)

3. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathscr{B}(0;0,6)$.
La probabilité qui admet pour valeur approchée 0,012 est :

a. $P(X=2)$ **b.** $P(X \geqslant 2)$ **c.** $P(X \leqslant 2)$ **d.** $P(X<2)$

4. Une société de vente en ligne de chaussures souhaite connaître la proportion d'articles présentant un défaut de coloris. Pour cela on prélève au hasard dans le stock 400 paires de chaussures. On constate que 24 paires présentent ce défaut.
L'intervalle de confiance au seuil de confiance 95 %, de la proportion p de paires de chaussures présentant un défaut de coloris est :

a. [0,89;0,99] **b.** [0,01;0,11] **c.** [0,05;0,07] **d.** [0,92,0,96]

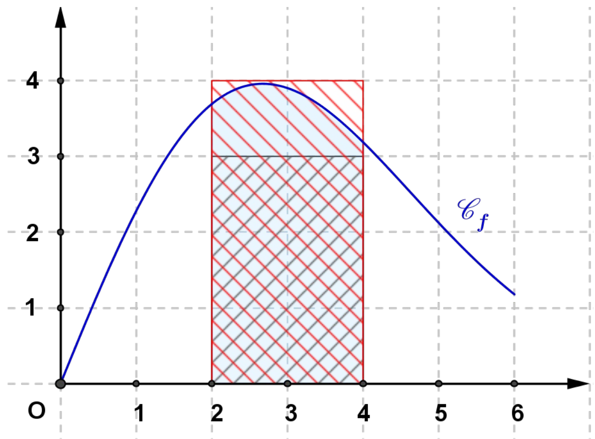
CORRECTION

1. **Réponse : d** $6 \leqslant I \leqslant 8$

Justification non demandée

f est positive sur [2;4], donc $I = \int_2^4 f(x)\,dx$ est l'aire, en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations x=2 et x=4 (coloré en bleu).

Ce domaine un rectangle de 6 unités d'aire (hachuré en noir) et est contenu dans un rectangle de 8 unités d'aire (hacuré en rouge).



2. **Réponse : c** ln(3)

Justification non demandée

g est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

$(e^x)' = e^x$

$g'(x) = 2e^x - 6x$

$g''(x) = 2e^x - 6$

$2e^x - 6 = 0 \Leftrightarrow e^x = 3 \Leftrightarrow x = \ln(3)$

Si $x > \ln(3)$ alors $e^x > e^{\ln(3)} = 3$ donc $g''(x) > 0$

Si $x < \ln(3)$ alors $e^x < e^{\ln(3)} = 3$ donc $g''(x) < 0$

La fonction g est concave sur $]-\infty; 3]$ et convexe sur $[3; +\infty[$ donc le point d'abscisse ln(3) de la courbe représentative de g est un point d'inflexion.

3. **Réponse : c** $P(X \leqslant 2) = 0{,}012$

Justification non demandée

En utilisant la calculatrice, on obtient directement le résultat.

Ou $P(X \leqslant 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$.

$P(X=0) = 0{,}4^{10} = 0{,}0001$ à 10^{-4} près

$P(X=1) = \binom{10}{1} 0{,}4^9 \times 0{,}6 = 10 \times 0{,}4^9 \times 0{,}6 = 0{,}0016$ à 10^{-4} près

$P(X=2) = \binom{10}{2} 0{,}4^8 \times 0{,}6^2 = 45 \times 0{,}4^8 \times 0{,}6^2 = 0{,}0106$ à 10^{-4} près

On obtient : $P(X=2) = 0{,}012$ à 10^{-3} près.

4. **Réponse : b** [0,01;0,11]

Justification non demandée

La proportion, de paires de chaussures présentant un défaut de coloris, observée dans l'échantillon de 400 paires de chaussures est : $p = \frac{24}{400} = 0{,}06$ $\quad n = 400$

Un intervalle de confiance au seuil de 95 % est :

$$I=[p-\frac{1}{\sqrt{n}};p+\frac{1}{\sqrt{n}}]=[0{,}06-\frac{1}{20};0{,}06+\frac{1}{20}]=[0{,}01;0{,}11]$$