

Exercice 4

5 points

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

L'entreprise Eclairage vend des ampoules à deux magasins de bricolage : Atelier et Bricolo. Cette entreprise propose trois types d'ampoules : les ampoules fluocompactes qui représentent 30 % du stock, les ampoules halogènes qui représentent 25 % du stock et les ampoules à LED qui représentent 45 % du stock.

On sait que :

- . 65 % des ampoules fluocompactes sont achetées par le magasin Atelier ;
- . 70 % des ampoules halogènes sont achetées par le magasin Bricolo ;
- . 50 % des ampoules à LED sont achetées par le magasin Atelier.

On prélève au hasard une ampoule provenant du stock de l'entreprise Eclairage.

On considère les événements suivants :

F : « l'ampoule est une ampoule fluocompacte » ;

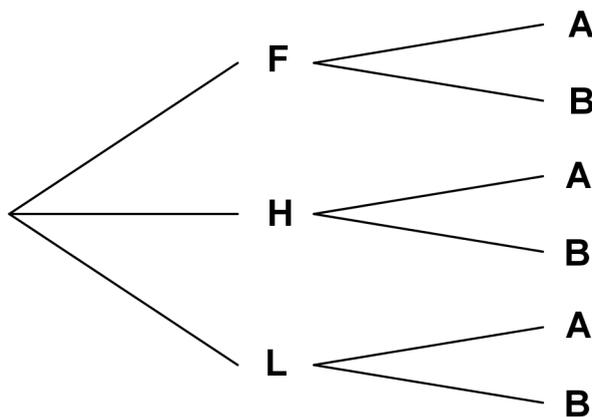
H : « l'ampoule est une ampoule halogène » ;

L : « l'ampoule est une ampoule à LED » ;

A : « l'ampoule est achetée par le magasin Atelier » ;

B : « l'ampoule est achetée par le magasin Bricolo ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Calculer  $P(F \cap A)$  et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

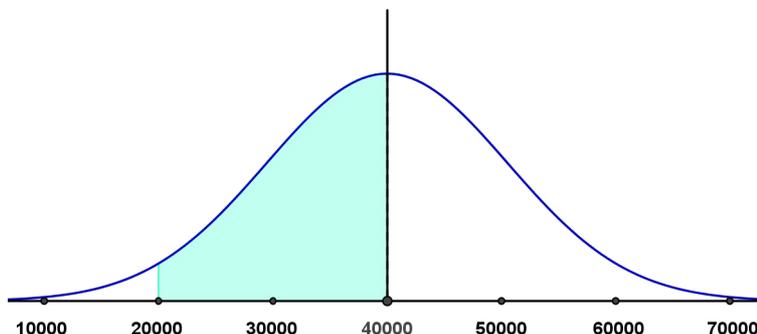
3. Calculer la probabilité qu'une ampoule soit achetée par le magasin Bricolo.

Partie B

Une norme de qualité stipule qu'une marque peut commercialiser ses ampoules si leur durée de vie est supérieure à 20000 heures avec une probabilité d'au moins 0,95.

1. On note X la variable aléatoire correspondant à la durée de vie, en heures, d'une ampoule de la marque EclairerBien. On admet que X suit la loi normale dont la fonction de densité est tracée ci-après.

L'aire du domaine, coloré en bleu, compris entre la courbe et l'axe des abscisses est égale à 0,46.

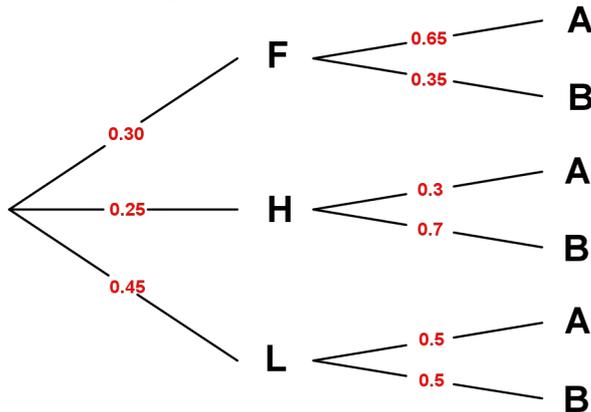


A l'aide du graphique précédent, répondre aux questions suivantes :

- 1.a.** Donner l'espérance mathématique de  $X$ .
  - 1.b.** Déterminer  $P(20000 \leq X \leq 60000)$ .
  - 1.c.** Déterminer si la marque EclairerBien pourra commercialiser ses ampoules.  
Justifier votre réponse.
- 
- 2.** On note  $Y$  la variable aléatoire correspondant à la durée de vie, en heures, d'une ampoule de la marque BelleLampe.  
On admet que  $Y$  suit la loi normale d'espérance 42000 et d'écart-type 15000.
    - 2.a.** Justifier que la marque BelleLampe ne pourra pas commercialiser ses ampoules.
    - 2.b.** Déterminer le nombre  $a$ , arrondi à l'unité, tel que  $P(Y < a) = 0,05$  et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

**CORRECTION**

1. Les ampoules fluocompactes représentent 30 % du stock donc  $P(F)=0,30$  .  
 Les ampoules halogènes représentent 25 % du stock donc  $P(H)=0,25$  .  
 Les ampoules à LED représentent 45 % du stock donc  $P(L)=0,45$  .  
 65 % des ampoules fluocompactes sont achetées par le magasin Atelier  
 donc  $P_F(A)=0,65$  et  $P_F(B)=1-P_F(A)=1-0,65=0,35$   
 70 % des ampoules halogènes sont achetées par le magasin Bricolo  
 donc  $P_H(B)=0,7$  et  $P_H(A)=1-P_H(B)=1-0,7=0,3$   
 50 % des ampoules à LED sont achetées par le magasin Atelier  
 donc  $P_L(A)=0,5$  et  $P_L(B)=1-P_L(A)=1-0,5=0,5$   
 On complète l'arbre pondéré et on obtient :



2.  $P(F \cap A) = P(F) \times P_F(A) = 0,3 \times 0,65 = 0,195$

La probabilité que l'ampoule provenant du stock soit une ampoule fluocompacte achetée par le magasin Atelier est 0,195.

3. En utilisant l'arbre pondéré ou le théorème des probabilités totales.

$$P(B) = P(F \cap B) + P(H \cap B) + P(L \cap B) = 0,3 \times 0,35 + 0,25 \times 0,7 + 0,45 \times 0,5 = 0,105 + 0,175 + 0,225$$

$P(B) = 0,505$

**Partie B**

- 1.a. La droite d'équation  $x=40000$  est un axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction de densité pour X donc **l'espérance mathématique de X est : 40000.**

1.b. On a :  $P(20000 \leq X \leq 40000) = 0,46$  donc  $P(40000 \leq X \leq 60000) = 0,46$   
 et  $P(20000 \leq X \leq 60000) = 0,46 + 0,46 = 0,92$

1.c. On a :  $P(X \leq 20000) = P(60000 \leq X) = \frac{1}{2}(1 - P(20000 \leq X \leq 60000)) = \frac{1}{2}(1 - 0,92) = 0,04$

$$P(20000 \leq X) = P(20000 \leq X \leq 60000) + P(60000 < X) = 0,92 + 0,04 = 0,96$$

$0,96 > 0,95$  donc **la marque Eclairer Bien pourra commercialiser ses ampoules.**

- 2.a. En utilisant la calculatrice on obtient  $P(20000 \leq Y) = 0,9288$  .

En arrondissant au centième : **0,93**

$0,93 < 0,95$  donc **la marque BelleLampe ne pourra pas commercialiser ses ampoules.**

- 2.b. En utilisant la calculatrice on obtient pour valeur de a, tel que  $P(Y < a) = 0,05$  , **a = 17327** (arrondi à l'unité).

**La durée de vie des ampoules de la marque BelleLampe est supérieure à 17327 avec une probabilité d'au moins 0,95.**

