Exercice 1 5 points

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur l'intervalle [-1;3].

x	-1		1		2		3
Variations de f	-2	↗	2	↘	-1	↗	-0.5

Dans l'intervalle [-1;3], l'équation $f(x)=0$ admet :
a. exactement trois solutions **b.** exactement 2 solutions **c.** exactement 1 solution **d.** pas de solution

2. L'équation $\ln(2x)=2$ admet une unique solution x_0 sur $\mathbb{R}$. On a :

a. $x_0=0$ **b.** $x_0=\dfrac{e^2}{2}$ **c.** $x_0=\dfrac{\ln 2}{2}$ **d.** $x_0=3{,}6945$

3. La suite (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0=400$ et de raison $\dfrac{1}{2}$.
La somme $S=u_0+u_1+\ldots+u_{10}$ est égale à :

a. $2\times(1-0{,}5^{10})$ **b.** $2\times(1-0{,}5^{11})$ **c.** $800\times(1-0{,}5^{10})$ **d.** $800\times(1-0{,}5^{11})$

4. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
Variables :      n est un nombre entier naturel
                 U est un nombre réel
Traitement :     Affecter à n la valeur 0
                 Affecter à U la valeur 50
                 Tant que U < 120 faire
                     U prend la valeur 1,2xU
                     n prend la valeur n+1
                 Fin Tant que
Sortie :         Afficher n
```

En fin d'exécution, cet algorithme affiche la valeur :

a. 4 **b.** 124,416 **c.** 5 **d.** 96

5. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par $f(x)=2+3\ln(x)$.
La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 a pour équation :

a. $y=\dfrac{3}{x}$ **b.** y=3x-1 **c.** y=3x **d.** y=3x+2

CORRECTION

1. $\boxed{\textbf{Réponse : b}}$ **exactement deux solutions**

   Justification non demandée

   f est strictement croissante et continue sur l'intervalle [-1;1], f(-1) = -2 < 0 et f(1) = 3 > 0. Le théorème des valeurs intermédiaires nous permet d'affirmer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution dans l'intervalle]-1;1[.

   f est strictement décroissante et continue sur l'intervalle [1;2], f(1) = 3 > 0 et f(2) = -1 < 0. Le théorème des valeurs intermédiaires nous permet d'affirmer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution dans l'intervalle [1;2].

   f est strictement croissante sur l'intervalle [2;3], pour tout nombre réel x tel que $2\leqslant x\leqslant 3$ on a :
   $f(2)=-1\leqslant f(x)\leqslant f(3)=-0{,}5<0$ donc l'équation f(x) = 0 n'admet pas de solution dans l'intervalle [2;3].

   Conclusion

   L'équation f(x) = 0 admet **exactement 2 solutions dans l'intervalle [-1;3].**

2. $\boxed{\textbf{Réponse : b}}$ $x_0=\dfrac{e^2}{2}$

   Justification non demandée

   $\ln(2x)=2 \quad\Leftrightarrow\quad e^{\ln(2x)}=e^2 \quad\Leftrightarrow\quad 2x=e^2 \quad\Leftrightarrow\quad x=\dfrac{e^2}{2}$

3. $\boxed{\textbf{Réponse : d}}$ $800\times(1-0{,}5^{11})$

   justification non demandée

   (u_n) est la suite géométrique de raison q=0,5 et de premier terme $u_0=400$

   $S=u_0+u_1+\ldots+u_{10}$

   $$S=\frac{u_0-u_{11}}{1-0{,}5}=\frac{u_0-u_{11}}{0{,}5}=\frac{u_0\times(1-0{,}5^{11})}{0{,}5}=\frac{400}{0{,}5}\times(1-0{,}5^{11})=800\times(1-0{,}5^{11})$$

4. $\boxed{\textbf{Réponse : b}}$ **5**

   Justification non demandée

   En utilisant la calculatrice :

n=1	U=60
n=2	U=72
n=3	U=86,4
n=4	U=103,68
n=**5**	U=124,415

   Attention on affiche n et non U

5. $\boxed{\textbf{Réponse : b}}$ **y=3x-1**

   Justification non demandée

   f(1)=2+3ln(1)=2

   $f'(x)=\dfrac{3}{x} \qquad f'(1)=3$

   La tangente à la courbe représentative de f au point de coordonnées (1;2) est :

   y-2=3(x-1) soit **y=3x-1**