

Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points

Les parties A, B et C sont indépendantes

Partie A

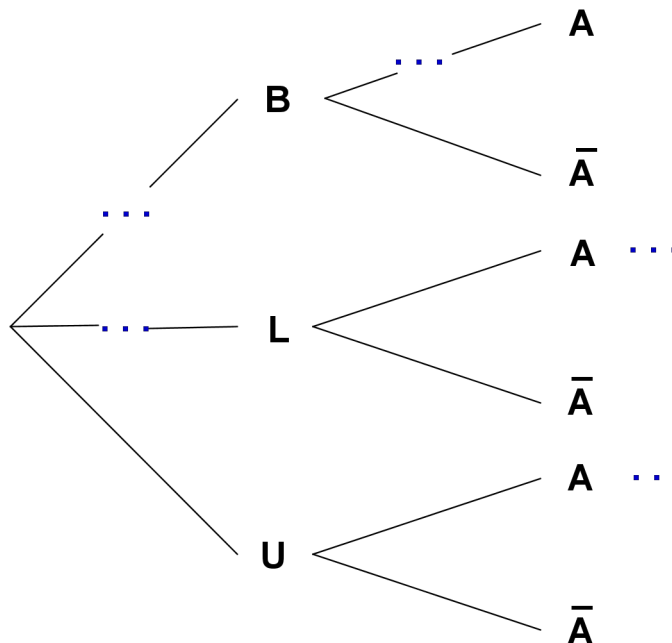
Une agence de location de voitures dispose de trois types de véhicules ; berline, utilitaire ou luxe, et propose, au moment de la location, une option d'assurance sans franchise.

Une étude statistique à permis d'établir que :

- . 30 % des clients ont loué une berline et 10 % ont loué un véhicule de luxe.
- . 40 % des clients qui ont loué une berline ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- . 9 % des clients ont loué un véhicule de luxe et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- . 21 % des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont choisi l'assurance sans franchise.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les événements suivants :

- . B : le client a loué une berline
- . L : le client a loué un véhicule de luxe.
- . U : le client a loué un véhicule utilitaire.
- . A : le client a choisi l'option d'assurance sans franchise.



1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessus avec les données de l'énoncé.
2. Quelle est la probabilité que le client ait loué une berline et ait choisi l'option d'assurance sans franchise ?
3. Calculer la probabilité qu'un client ait choisi l'option d'assurance sans franchise ?
4. Calculer $P_L(A)$, la probabilité que le client ait souscrit une assurance sans franchise sachant qu'il a loué un véhicule de luxe.

Partie B

Le temps d'attente au guichet de l'agence de location, exprimé en minutes, peut-être modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[1;20]$.

1. Quelle est la probabilité d'attendre plus de 12 minutes ?
2. Préciser le temps d'attente moyen.

Partie C

Cette agence de location propose l'option de retour du véhicule dans une autre agence.

Une étude statistique a établi que le nombre mensuel de véhicule rendus dans une autre agence peut-être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu=20$ et d'écart-type $\sigma=30$.

Si pour un mois donné, le nombre de véhicules, rendus dans une autre agence dépasse 250 véhicules, l'agence doit prévoir un rapatriement des véhicules.

A l'aide de la calculatrice, déterminer, à 0,01 près, la probabilité que l'agence doive prévoir un rapatriement de véhicules.

CORRECTION

Partie A

1. « 30 % des clients ont loué une berline et 10 % ont loué un véhicule de luxe ».

Donc $P(B) = 0,3$ et $P(L) = 0,1$

On déduit que $P(U) = 1 - P(B) - P(L) = 1 - 0,3 - 0,1 = 0,6$

« 40 % des clients qui ont loué une berline ont choisi l'option d'assurance sans franchise ».

Donc $P_B(A) = 0,4$.

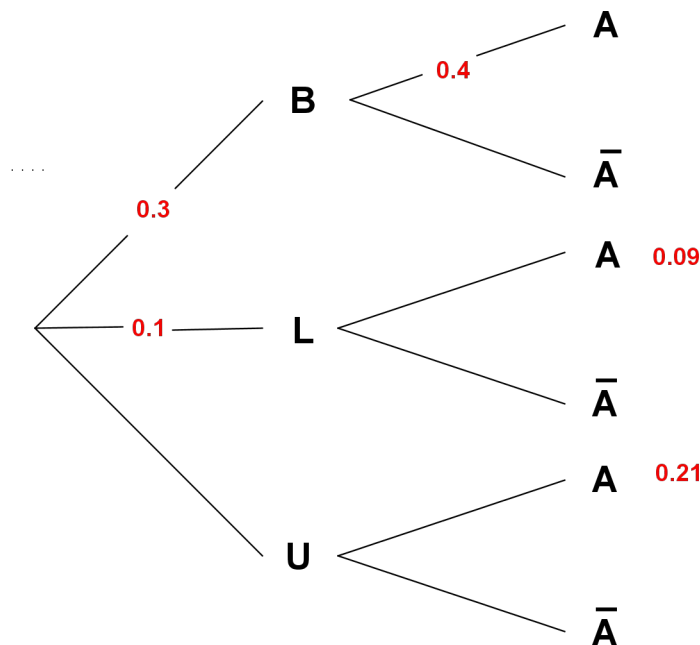
« 9 % des clients ont loué un véhicule de luxe et ont souscrit l'option d'assurance sans franchise ».

Donc $P(L \cap A) = 0,09$.

« 21 % des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont choisi l'option assurance sans franchise ».

Donc $P(U \cap A) = 0,21$.

On complète l'arbre pondéré



2. On nous demande de calculer $P(B \cap A)$

$$P(B \cap A) = P(B) \times P_B(A) = 0,3 \times 0,4 = 0,12.$$

3. En utilisant la formule des probabilités totales :

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap L) + P(A \cap U) = 0,12 + 0,09 + 0,21 = 0,42.$$

4. On nous demande de calculer $P_L(A)$

$$P_L(A) = \frac{P(L \cap A)}{P(L)} = \frac{0,09}{0,1} = 0,9.$$

Partie B

1. La probabilité d'attendre plus de 12 minutes est $P(12 \leq T \leq 20)$

$$P(12 \leq T \leq 20) = \frac{20 - 12}{20 - 1} = \frac{8}{19} = 0,421.$$

2. Le temps d'attente moyen est égal à l'espérance mathématique de T soit : $\frac{20+1}{2} = 10,5$

le temps d'attente moyen est égal à 10 mn et 30 s.

Partie C

X suit la loi normale d'espérance 220 et d'écart-type 30.

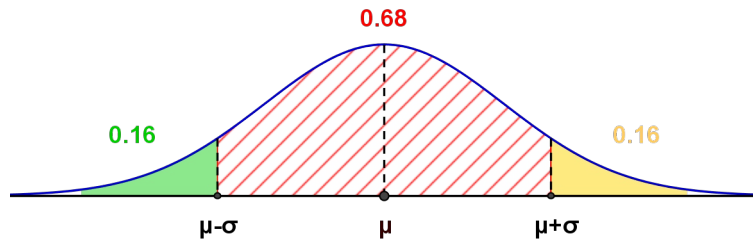
On nous demande de calculer $P(250 \leq X)$.

En utilisant la calculatrice on obtient : $P(250 \leq X) = 0,16$.

Remarque

Nous savons que si la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ alors

$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0,68$ et $P(X \leq \mu - \sigma) = P(\mu + \sigma \leq X) = 0,16$



Nous obtenons directement le résultat pour l'exemple sans utiliser la calculatrice.