

**Exercice 4****3 points**

Afin de lutter contre la pollution de l'air, un département a contraint dès l'année 2013 certaines entreprises à diminuer chaque année la quantité de produits polluants qu'elles rejettent dans l'air.

Ces entreprises ont rejeté 410 tonnes de ces polluants en 2013 et 332 tonnes en 2015.

On considère que le taux de diminution annuel de la masse de polluants rejetés est constant.

1. Justifier que l'on peut considérer que l'évolution d'une année sur l'autre correspond à une diminution de 10 %
2. En admettant que ce taux de 10 % reste constant pour les années à venir, déterminer à partir de quelle année la quantité de polluants rejetés par ces entreprises ne dépassera plus le seuil de 180 tonnes fixé par le conseil départemental.

**CORRECTION**

1. Soit  $t$  le taux de diminution annuel de la masse de polluants rejetés.

Le coefficient multiplicateur annuel de la masse en tonnes de polluants rejetés est  $q = 1 - \frac{t}{100}$ .

La masse de polluants rejetés est :

en 2013 410 tonnes

en 2014  $q \times 410$  tonnes

en 2015  $q^2 \times 410$  tonnes

donc  $q^2 \times 410 = 332 \Leftrightarrow q^2 = \frac{410}{320} = 0,81$  à  $10^{-2}$  près et  $q = \sqrt{0,81} = 0,9$

$$0,9 = 1 - \frac{t}{100} \Leftrightarrow \frac{t}{100} = 0,1 \Leftrightarrow t = 10$$

**Le taux annuel de diminution de la masse de polluants rejetés est 10 %.**

2. Pour tout entier naturel  $n$ , la masse de polluants rejetés l'année 2013+n est égale à  $410 \times 0,9^n$  tonnes.

On veut obtenir :  $410 \times 0,9^n < 180$

$$\Leftrightarrow 0,9^n < \frac{180}{410} = \frac{18}{41}$$

La fonction  $\ln$  est croissante sur  $]0; +\infty[$

$$\Leftrightarrow \ln(0,9^n) < \ln\left(\frac{18}{41}\right) \Leftrightarrow n \times \ln(0,9) < \ln\left(\frac{18}{41}\right)$$

$0 < 0,9 < 1$  donc  $\ln(0,9) < 0$

$$\Leftrightarrow n > \ln\left(\frac{18}{41}\right) : \ln(0,9)$$

En utilisant la calculatrice :  $\ln\left(\frac{18}{41}\right) : \ln(0,9) = 7,8$  à  $10^{-1}$  près.

$n$  est entier naturel donc  $n \geq 8$

**Conclusion**

**En 2013+8= 2021 la masse des polluants rejetés sera inférieure à 180 tonnes.**