

## Exercice 1

6 points

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

1. On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x e^x$  ; la fonction  $f$  est :

- a. concave sur  $]-\infty; 0]$                       b. convexe sur  $]-\infty; 0]$   
c. concave sur  $[0; +\infty[$                       d. convexe sur  $[0; +\infty[$

2. On considère l'équation d'inconnue  $x$  :  $(3x+1)e^{5x}$ .

Cette équation admet sur  $\mathbb{R}$  :

- a. 0 solution                      b. 1 solution                      c. 2 solutions                      d. plus de 3 solutions

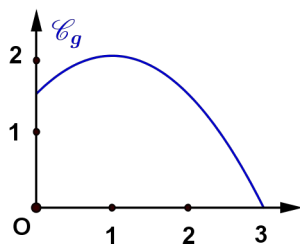
3. On a constaté que, sur 10 ans, le prix d'une certaine denrée a augmenté de 8 % par an.

On peut affirmer que, sur 10 ans, le prix de cette denrée a augmenté, à l'unité près de :

- a. 80 %                      b. 116 %                      c. 216 %                      d. 43 %

4. La courbe  $\mathcal{C}_f$  ci-après représente une fonction  $g$  définie et dérivable sur  $[0; 3]$ .

On note  $g'$  sa fonction dérivée ; on a :



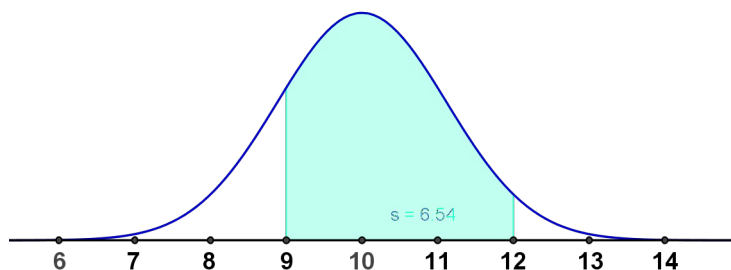
- a.  $g'(2) = -1$                       b.  $g'(2) = -5$                       c.  $g'(2) = \frac{4}{3}$                       d.  $g'(2) = 2$

5. Soit la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = e^{3x+2}$

Une primitive  $H$  de  $h$  peut être définie sur  $\mathbb{R}$  par :

- a.  $H(x) = e^{3x+2}$                       b.  $H(x) = \frac{1}{3} e^{3x+2}$   
c.  $H(x) = (3x+2)e^{3x+2}$                       d.  $H(x) = e^{3x+2}$

6. Pour la loi normale représentée ci-après on a :  $P(9 < X < 12) = 0,82$  (à  $10^{-2}$  près)



Les paramètres de la loi  $X$  sont :

- a.  $\mu = 10$  et  $\sigma = 2$                       b.  $\mu = 11$  et  $\sigma = 2$   
c.  $\mu = 10$  et  $\sigma = 1$                       d.  $\mu = 11$  et  $\sigma = 3$

**CORRECTION**

1. **Réponse : d** f est **convexe** sur  $[0; +\infty[$

Justification non demandée

Pour tout nombre réel x,  $f(x) = x e^x$ .

La fonction f est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

$$(e^x)' = e^x \quad (x)' = 1$$

$$f'(x) = 1 \times e^x + x \times e^x = (x+1)e^x$$

$$(x+1)' = 1$$

$$f''(x) = 1 \times e^x + (x+1)e^x = (x+2)e^x$$

$e^x > 0$  donc le signe de  $f''(x)$  est du signe de  $(x+2)$ .

| x        | $-\infty$ | -2 | $+\infty$ |
|----------|-----------|----|-----------|
| $f''(x)$ | -         | 0  | +         |

Pour tout nombre réel x de l'intervalle  $[0, +\infty[$  on a  $f''(x) > 0$  donc f est **convexe** sur  $[0; +\infty[$ .

2. **Réponse : b** **1 solution**

Justification non demandée

$$(3x+1)e^{5x} = 0$$

Pour tout nombre réel x,  $e^{5x} > 0$  donc  $e^{6x} \neq 0$ .

$$(3x+1)e^{5x} = 0 \Leftrightarrow 3x+1=0 \quad x = -\frac{1}{3}$$

Donc **l'équation proposée admet une et une seule solution.**

3. **Réponse : b** **116 %**

Justification non demandée

Le coefficient multiplicateur d'une année sur l'autre est :  $1 + \frac{8}{100} = 1,08$ .

Pour 10 ans :  $(1,08)^{10}$ .

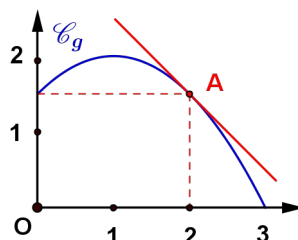
En utilisant la calculatrice, on obtient :  $(1,08)^{10} = 2,16$  à  $10^{-2}$  près

$$2,16 = 1 + \frac{116}{100}$$

Donc **le prix de la denrée a augmenté de 116 % (à l'unité près) sur 10 ans.**

4. **Réponse : a**  **$g'(2) = -1$**

Justification non demandée



$g'(2)$  est le coefficient directeur de la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_g$  au point A d'abscisse 2.

On trace cette tangente « à main levée ».

Le coefficient directeur de cette droite est négatif donc les réponses c et d sont fausses.

Ggraphiquement, on remarque que le coefficient directeur de cette droite ne peut pas être égal à -5 (donc la réponse b est fausse).

Comme une des réponses et une seule est vraie donc **la réponse a est vraie.**

5. **Réponse : b**  $H(x) = \frac{1}{3} e^{3x+2}$

justificatio non demandée

Pour tout nombre réel  $x$ ,  $h(x) = e^{3x+2}$

$$(e^u)' = u' e^u \quad u(x) = 3x+2 \quad \text{et} \quad u'(x) = 3$$

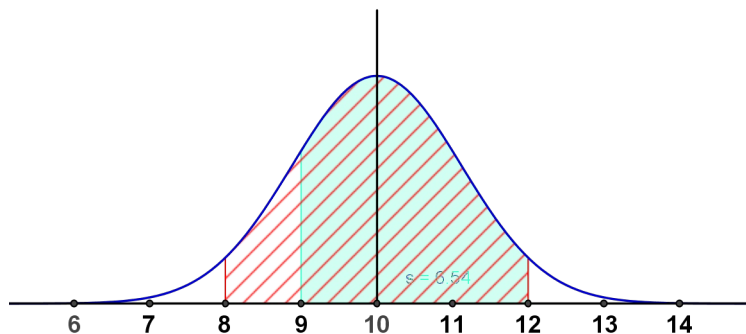
$$h'(x) = 3 e^{3x+2}$$

$$\text{Si } H(x) = \frac{1}{3} e^{3x+2} \quad \text{alors} \quad H'(x) = \frac{1}{3} (3 e^{3x+2}) = h(x)$$

Donc **H est une primitive de h sur  $\mathbb{R}$ .**

6. **Réponse : c**  $\mu = 10$  et  $\sigma = 1$

Justification non demandée



La droite d'équation  $x=10$  est un axe de symétrie de la courbe représentative de la densité de probabilité donc  $\mu=10$  (les réponses b et d sont fausses)

$P(9 < X < 12)$  est l'aire, en unité d'aire, de la partie de plan colorée en bleu sur le dessin

$P(8 < X < 12)$  est l'aire, en unité d'aire, de la partie de plan hachurée en rouge sur le dessin

donc  $P(9 < X < 12) < P(8 < X < 12)$

Si  $\sigma = 2$  alors  $P(5 < X < 12) = P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = \mathbf{0,68}$  (résultat à connaître)

or  $P(9 < X < 12) = 0,82$  donc la réponse a est fausse

Conclusion

**La réponse c est vraie.**

Remarque

On peut utiliser la calculatrice pour trouver le résultat.