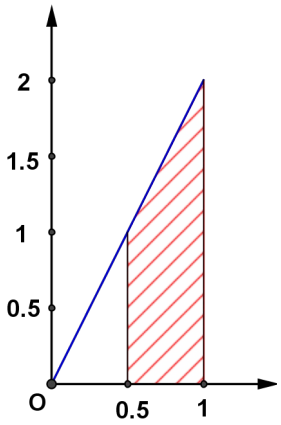
Exercice 3 — 3 points

La fonction f est définie sur [0;1] par $f(x)=2x$.
On considère une variable aléatoire X qui suit la loi de probabilité dont la fonction de densité est f.
Cette fonction de densité est représentée ci-dessous.



1.a. Quelle est la valeur, en unité d'aire, de la surface hachurée ?
Préciser la démarce utilisée.

1.b. Interpréter ce résultat en terme de probabilité.

2. Calculer la probabilité $P(0\leqslant X\leqslant 0{,}75)$.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

CORRECTION

Pour affirmer que f est une fonction de densité sur [0;1], il faut vérifier que $\int_0^1 f(x)\,dx = 1$.

Pour tout nombre réel x de l'intervalle [0;1] f(x) = 2x donc la fonction F telle que $F(x)=x^2$ est une primitive de f sur [0;1].

$\int_0^1 f(x)\,dx = F(1) - F(0) = 1^2-0^2=1$.

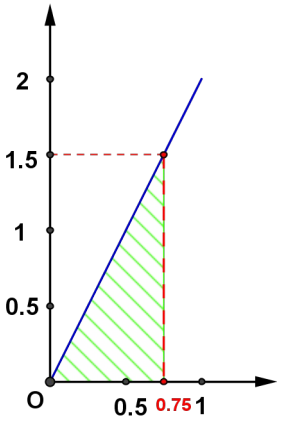
Ou on calcule l'aire, en U.A., d'un triangle rectangle dont les longueurs des côtés de l'angle droit sont : 1 et 2.

1.a. L'aire, en U.A., de la surface hachurée est : $\int_{0,5}^1 f(x);dx = F(1)-F(0,5)=1^2-0,5^2=1-0,25 =$ **0,75.**

- Ou on calcule l'aire d'un trapèze de grande base 2, de petite base 1 et de hauteur 0-5.
  $\mathcal{A} = \frac{(2+1)\times 0,5}{2}=\frac{1,5}{2} =$ **0,75.**
- Ou on calcule l'aire d'un triangle rectangle dont les longueurs des côtés de l'angle droit sont : 0,5 et 1 :
  $\frac{1\times 0,5}{2}=0,25$ et l'aire cherchée est : 1 – 0,25 = **0,75.**

1.b. $\int_{0,5}^1 f(x)\,dx = P(0,5\leqslant X\leqslant 1)$

2.



$P(0\leqslant X\leqslant 0,75)=\int_0^{0,75} f(x)\,dx = F(0,75)-F(0)=0,75^2-0^2 =$ **0,5625.**

- Ou on calcule l'aire d'un triangle rectangle dont les longueurs des deux côtés de l'angle droit sont 0,75 et 1,5.
  $\frac{0,75\times 1,5}{2} =$ **0,5625.**

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés