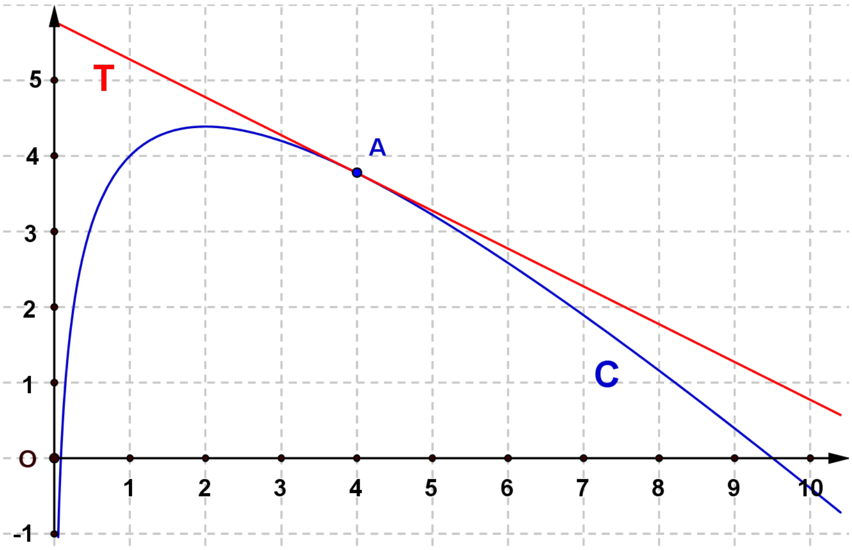
Exercice 1 — 4 points

L'exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

Soit la fonction f définie pour tout réel strictement positif, par : $f(x)=5-x+2\ln(x)$.
On a représenté ci-dessous la courbe représentative **C** de la fonction f, ainsi que **T** , la tangente à la courbe **C** au point A d'abscisse 4.



1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f, on a :

a. $f'(x)=-1+2x$ **b.** $f'(x)=-2\ln(x)+(5-x)\dfrac{2}{x}$

c. $f'(x)=\dfrac{-x+2}{x}$ **d.** $f'(x)=4+\dfrac{2}{x}$

2. Sur l'intervalle]0;10] l'équation $f'(x)=0$ admet :
a. aucune solution **b.** une seule solution
c. deux solutions **d.** plus de deux solutions

3. Une équation de **T** est :

a. $y=\dfrac{1}{2}x+5{,}7$ **b.** $y=5{,}7x-\dfrac{1}{2}$

c. $y=-\dfrac{1}{2}x+1+2\ln(4)$ **d.** $y=-\dfrac{1}{2}x+3+2\ln(4)$

4. La valeur de l'intégrale $\int_1^3 f(x)\,dx$ appartient à l'intervalle :
a. [1;3] **b.** [4;5]
c. [8;9] **d.** [10;15]

CORRECTION

1. **Réponse : c** $f'(x)=\frac{-x+2}{x}$

Justification non demandée

Pour tout nombre réel x strictement positif :

$(5-x)'=-1$ $(2\ln(x))'=2\times\frac{1}{x}=\frac{2}{x}$ et $f'(x)=-1+\frac{2}{x}=\frac{-x+2}{x}$

2. **Réponse : b** **une seule solution**

Justification non demandée

Attention on ne considère pas l'équation $f(x)=0$ mais on considère l'équation $f'(x)=0$.

Or $f'(x)=\frac{-2+x}{x}$ donc $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$ et 2 appartient à l'intervalle]0;10].

3. **Réponse : d** $y=-\frac{1}{2}x+3+2\ln(4)$

Justificayion non demandée

T est la tangente à C au point A d'abscisse 4.

$f(4)=5-4+2\ln(4)=1+2\ln(4)$

Le coefficient directeur de T est égal à $f'(4)$.

$f'(4)=\frac{-4+2}{4}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

L'équation de la tangente T est :

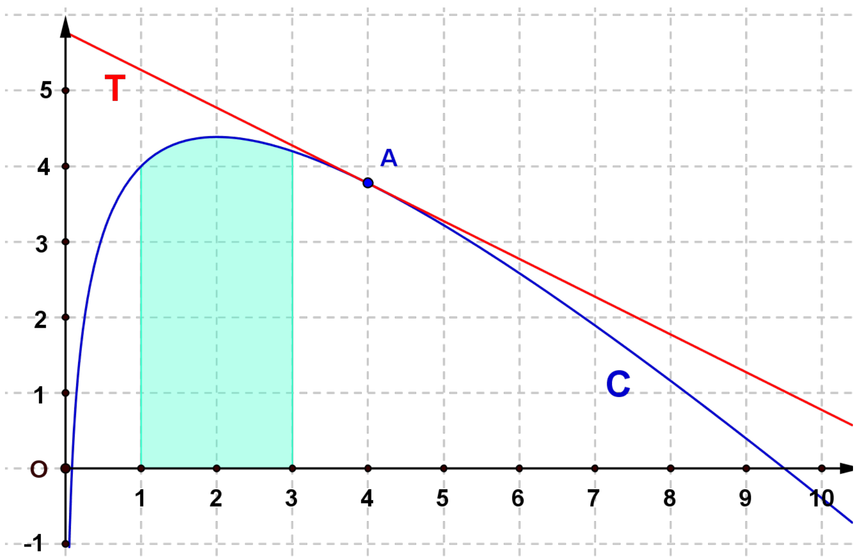
$y-f(4)=f'(4)(x-4) \Leftrightarrow y-1-2\ln(4)=-\frac{1}{2}(x-4) \Leftrightarrow y=-\frac{1}{2}+2+1+2\ln(4)$

$\Leftrightarrow y=-\frac{1}{2}x+3+2\ln(4)$

4. **Réponse : c** **[8;9]**

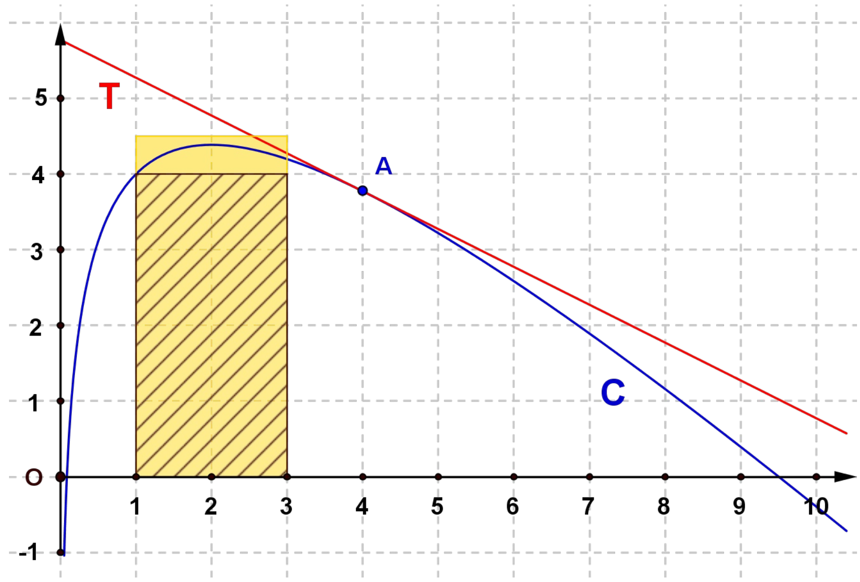
Justification non demandée

f est continue et positive sur l'intervalle [1;3] donc l'intégrale $\int_1^3 f(x)\,dx$ est l'aire, en unité d'aire, de la partie de plan comprise entre la courbe C, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=3$.



La partie de plan considérée est colorée en bleu.

On encadre cette partie de plan entre deux rectangles.
Le premier de base $3-1=2$ et de hauteur 4 donc d'aire : $2\times 4=8$ (rectangle hachuré sur le dessin).
Le deuxième de base $3-1=2$ et de hauteur 4,5 donc d'aire : $2\times 4{,}5=9$ (rectangle coloré en jaune sur le dessin).



Remarque
On peut vérifier par le calcul que le maximum de f sur [1;3] : $f(2)$ est inférieur à 4,5.
$f(2)=5-2+2\ln(2)=4{,}39$ à 10^{-2} près.