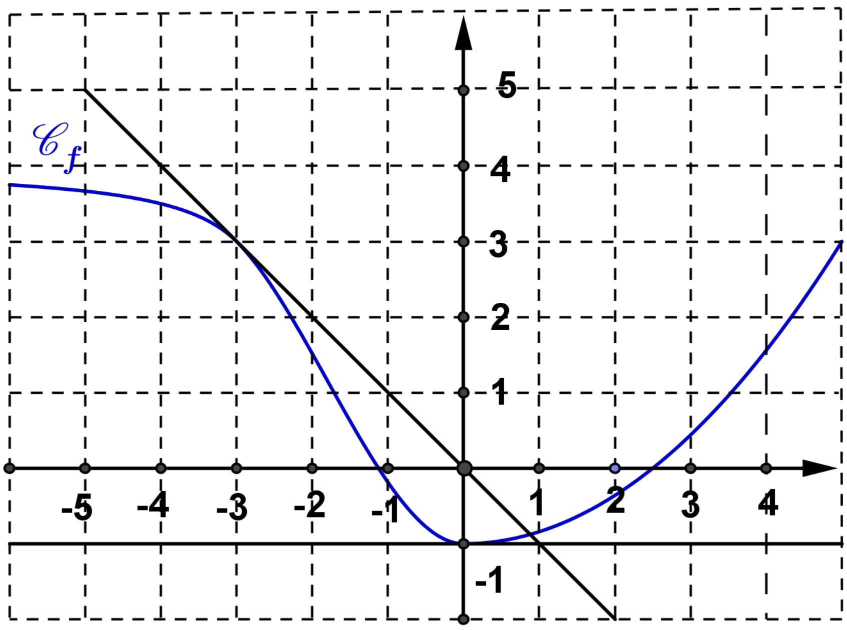
Exercice 1 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre propositions est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la proposition choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0.



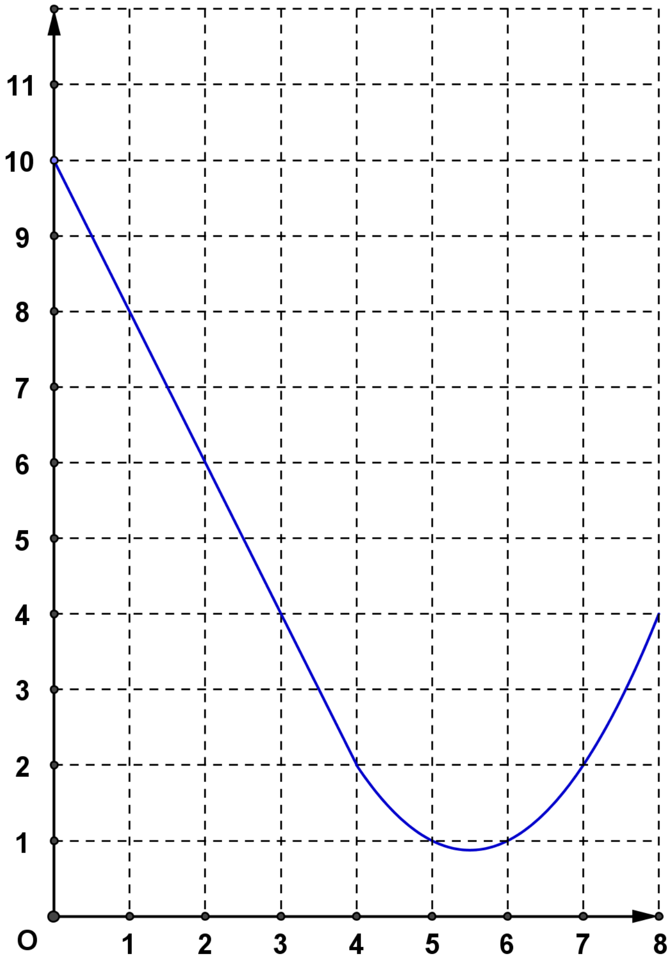
a. $f'(0)=-1$ **b.** $f'(-1)=0$ **c.** $f'(-3)=-1$ **d.** $f'(-3)=3$

2. On note g la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $g(x)=(x+1)\ln(x)$

a. $g'(x)=\frac{1}{x}$ **b.** $g'(x)=1+\ln(x)$

c. $g'(x)=-\frac{1}{x^2}$ **d.** $g'(x)=1+\frac{1}{x}+\ln(x)$

3. On considère la fonction h définie sur [0;8] et représentée par la courbe ci-après :



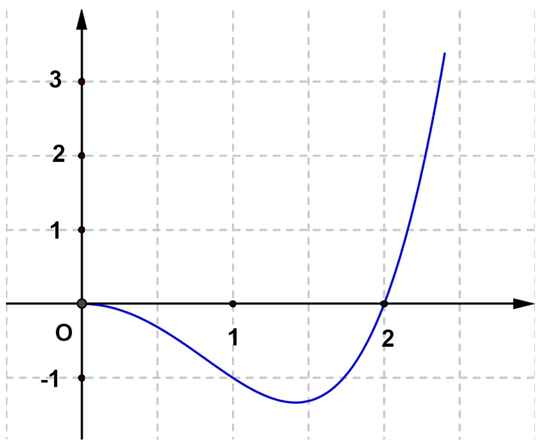
a. $\int_0^5 h(x)\,dx = h(5)-h(0)$

b. $20 < \int_0^5 h(x)\,dx < 30$

c. $15 < \int_0^5 h(x)\,dx < 20$

d. $\int_0^5 h(x)\,dx = 20$

4. On a tracé ci-dessous la représentation graphique de la dérivée seconde k'' d'une fonction k définie sur $[0;+\infty[$.



a. k est concave sur l'intervalle $[1;2]$

b. k est convexe sur l'intervalle $[0;2]$

c. k est convexe sur $[0;+\infty[$

d. k est concave sur $[0;+\infty[$

CORRECTION

1. $\boxed{\textbf{Réponse : c}}$ $f'(-3)=-1$

Justification non demandée

On remarque que le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f est égal à:1.
Donc le nombre dérivé de f en -3 est égal à -1 soit $f'(-3)=-1$.

2. $\boxed{\textbf{Réponse : d}}$ $g'(x)=1+\frac{1}{x}+\ln(x)$

Justification non demandée

$g(x)=u(x)\times v(x)$

$u(x)=x+1$ $u'(x)=1$

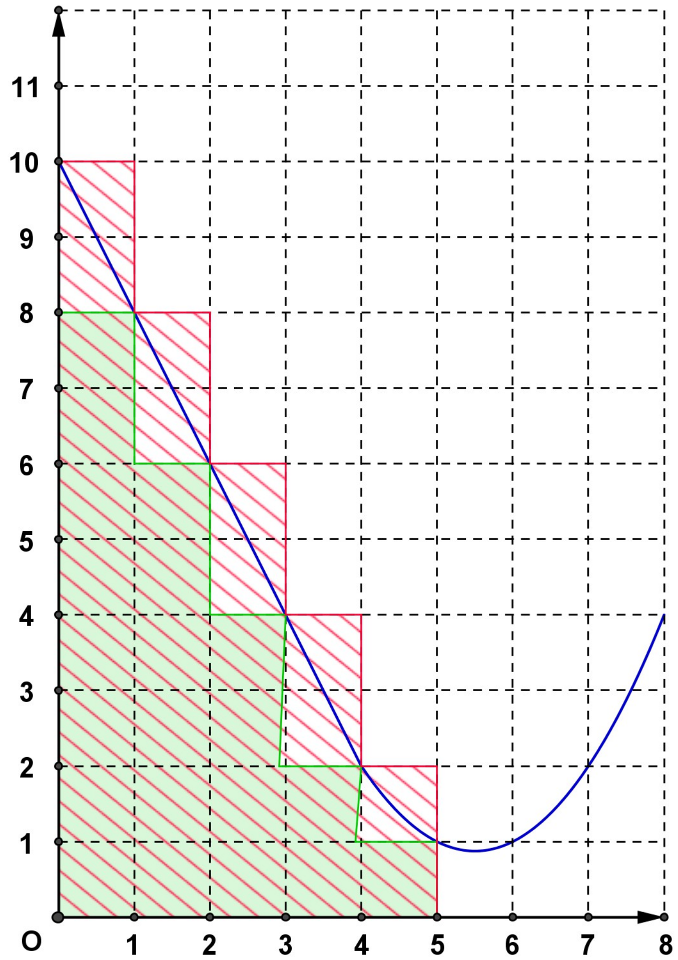
$v(x)=\ln(x)$ $v'(x)=\frac{1}{x}$

On dérive un produit

$$g'(x)=u'(x)\times v(x)+u'(x)\times v'(x)=1\times\ln(x)+(x+1)\times\frac{1}{x}=\ln(x)+x\times\frac{1}{x}+1\times\frac{1}{x}=1+\frac{1}{x}+\ln(x)$$

3. $\boxed{\textbf{Réponse : b}}$ $20<\int_0^5 h(x)dx<30$

Justification non demandée



h est continue sur [0;5] donc $\int_0^5 h(x);dx$ est l'aire en unité d'aire de la partie de plan comprise entre la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 5.
L'unité d'aire est l'aire du carré de côté l'unité de longueur.

On compte le nombre maximal de carrés contenu dans la surface considérée (envert sur le dessin) et le nombre minimal de carrés contenant la surface considérée (hachuré en rouge sur le dessin).

On obtient 21 carrés et 30 carrés donc $21 \leqslant \int_0^5 h(x)\,dx \leqslant 30$, à fortiori $20 \leqslant \int_0^5 h(x)\,dx \leqslant 30$.

4. $\boxed{\textbf{Réponse : a}}$ k est concave sur [1;2].

Justification non demandée

On détermine par lecture graphique le signe de la fonction dérivée sconde de k.

Si $0 \leqslant x \leqslant 2$ alors $k''(x) \leqslant 0$

Si $2 \leqslant x$ alors $k''(x) \geqslant 0$.

Donc f est concave sur [0;2], à fortiori k est concave sur [1;2].

