

Exercice 2**5 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Un centre de loisirs destiné aux jeunes de 11 ans à 18 ans 60 % de collégiens et 40 % de lycéens.

Le directeur a effectué une étude statistique sur la possession de téléphones portables. Cette étude a montré que 80 % des jeunes possèdent un téléphone portable et que, parmi les collégiens, 70 % en possèdent un.

On choisit au hasard un jeune du centre de loisirs et on s'intéresse aux événements suivants :

- . C : « le jeune choisi est un collégien » ;
- . L : « le jeune choisi est un lycéen » ;
- . T : « le jeune choisi possède un téléphone portable ».

Rappel des notations

Si A et B sont deux événements, $P(A)$ désigne la probabilité que l'événement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de A sachant que l'événement B est réalisé. On note aussi \bar{A} l'événement contraire de A.

1. Donner les probabilités $P(C)$, $P(L)$, $P(T)$ et $P_C(T)$.
2. Faire un arbre de probabilités représentant la situation et commencer à le renseigner avec les données de l'énoncé.
3. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien possédant un téléphone portable.
4. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien sachant qu'il possède un téléphone portable.
- 5.a. Calculer $P(T \cap L)$, en déduire $P_L(T)$.
- 5.b. Compléter l'arbre construit dans la question 2.

Partie B

En 2012 en France, selon une étude publiée par l'Arcep (Autorité de régulation des communications électronique et des postes), les adolescents envoyaient en moyenne 83 SMS (messages textes) par jour, soit environ 2500 par mois. On admet qu'en France le nombre de SMS envoyés par un adolescent en un mois peut être modélisé par une variable X qui suit la loi normale d'espérance $\mu=2500$ et d'écart-type $\sigma=650$.

Dans les questions suivantes, les calculs seront effectués à la calculatrice et les probabilités arrondies au millième.

1. Calculer la probabilité qu'un adolescent envoie entre 2000 et 3000 SMS par mois.
2. Calculer $P(X \geq 4000)$.
3. Sachant que $P(X \leq a) = 0,8$, déterminer la valeur de a. On arrondira le résultat à l'unité. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

CORRECTION

Partie A

1. « Un centre de loisirs compte 60 % de collégiens et 40 % de lycéens ».

Donc $P(C)=0,6$ et $P(L)=0,4$

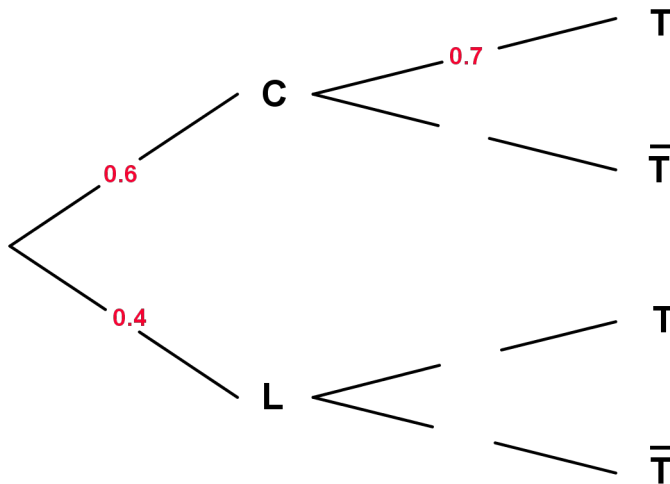
« 80 % des jeunes possèdent un téléphone portable ».

Donc $P(T)=0,8$

« Parmi les collégiens, 70 % possèdent un téléphone portable ».

Donc $P_C(T)=0,7$

2.



3. On nous demande de calculer $P(C \cap T)$.

$$P(C \cap T) = P(C) \times P_C(T) = 0,6 \times 0,7 = \mathbf{0,42}$$

4. On nous demande de calculer $P_T(C)$

$$P_T(C) = \frac{P(C \cap T)}{P(T)} = \frac{0,42}{0,8} = \frac{42}{80} = \frac{21}{40} = \mathbf{0,525}$$

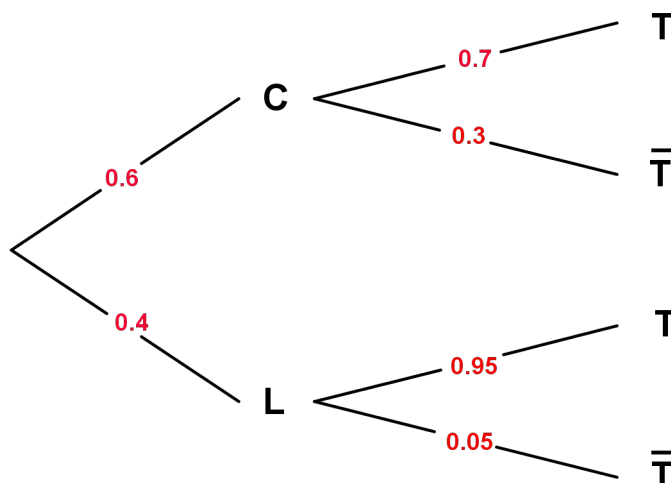
5.a. La formule des probabilités totales donne :

$$P(T) = P(C \cap T) + P(L \cap T)$$

$$P(L \cap T) = P(T) - P(C \cap T) = 0,8 - 0,42 = 0,38$$

$$P_C(T) = \frac{P(L \cap T)}{P(L)} = \frac{0,38}{0,4} = \mathbf{0,95}$$

5.b. $P_C(\bar{T}) = 1 - P_C(T) = 1 - 0,7 = 0,3$ $P_L(\bar{T}) = 1 - P_L(T) = 1 - 0,95 = \mathbf{0,05}$



Partie B

1. La calculatrice donne :

$$P(2000 \leq X \leq 3000) = \mathbf{0,558} \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

2. La calculatrice donne :

$$P(X \geq 4000) = \mathbf{0,011} \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

3. En utilisant la calculatrice :

$$P(X \leq 3000) = 0,7791$$

$$P(X \leq 3100) = 0,822$$

$$P(X \leq 3050) = 0,8013$$

$$P(X \leq 3049) = 0,8008$$

$$P(X \leq 3047) = \mathbf{0,8}$$

On obtient $\mathbf{a = 3047}$.