

**Exercice 3****5 points**

Un téléphone portable contient en mémoire 3200 chansons archivées par catégories : rock, techno, rap, reggae... dont certaines sont interprétées en français.

Parmi toutes les chansons enregistrées, 900 sont classées dans la catégorie rock.

Une des fonctionnalités du téléphone permet d'écouter de la musique en mode « lecture aléatoire » ; les chansons écoutées sont choisies au hasard et de façon équiprobable parmi l'ensemble du répertoire.

Au cours d'un footing hebdomadaire, le propriétaire du téléphone écoute une chanson grâce à ce mode de lecture.

On note :

- . R l'événement : « la chanson écoutée est une chanson de la catégorie rock » ;
- . F l'événement : « la chanson écoutée est interprétée en français ».

Les parties A et B sont indépendantes.

**Partie A**

1. Calculer  $P(R)$ , la probabilité de l'événement R.
2. 35 % des chansons de la catégorie rock sont interprétées en français ; traduire cette donnée en utilisant les événements R et F.
3. Calculer la probabilité que la chanson écoutée soit une chanson de la catégorie rock et qu'elle soit interprétée en français.
4. Parmi toutes les chansons enregistrées 38,5 % sont interprétées en français.  
Montrer que  $P(F \cap \bar{R}) = 0,28$
5. En déduire  $P_{\bar{R}}(F)$  et exprimer par une phrase ce que signifie ce résultat.

**Partie B**

Les résultats de cette partie seront arrondis au millième

Le propriétaire du téléphone écoute régulièrement de la musique à l'aide de son téléphone portable.

On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque écoute de musique, associe la durée (en minutes) correspondante ; On admet que X suit la loi normale d'espérance  $\mu = 30$  et d'écart-type  $\sigma = 10$ .

Le propriétaire écoute de la musique.

1. Quelle est la probabilité que la durée de cette écoute soit comprise entre 15 et 45 minutes ?
2. Quelle est la probabilité que cette écoute dure plus d'une heure ?

**CORRECTION****Partie A**

1. Il y a 3200 chansons archivées et 960 sont classées rock. Les chansons écoutées sont choisies au hasard et façon équiprobables donc :

$$P(R) = \frac{960}{3200} = \frac{96}{320} = \frac{3}{10} = \mathbf{0,3}.$$

2. « 35 % des chansons de la catégorie rock sont interprétées en français ».

La probabilité, que la chanson écoutée, sachant qu'elle est de la catégorie rock, est interprétée en français est égale à 0,35 donc :  $P_R(F) = \mathbf{0,35}$ .

3. On nous demande de calculer  $P(F \cap R)$

$$P_R(F) = \frac{P(F \cap R)}{P(R)}$$

$$P(F \cap R) = P_R(F) \times P(R) = 0,35 \times 0,3 = \mathbf{0,105}.$$

4. « Parmi toutes les chansons enregistrées, 38,5 % sont interprétées en français »

donc  $P(F) = 0,385$

En utilisant la formule des probabilités totales :

$$P(F) = P(F \cap R) + P(F \cap \bar{R})$$

$$P(F \cap \bar{R}) = P(F) - P(F \cap R) = 0,385 - 0,105 = \mathbf{0,28}.$$

5.  $P_{\bar{R}}(F) = \frac{P(F \cap \bar{R})}{P(\bar{R})}$

$$P(\bar{R}) = 1 - P(R) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$P_{\bar{R}}(F) = \frac{0,28}{0,7} = \mathbf{0,4}.$$

**Sachant que la chanson écoutée n'est pas de la catégorie rock, la probabilité qu'elle soit interprétée en français est égale à 0,4.**

**Ou 40 % des chansons n'appartenant pas à la catégorie rock, sont interprétées en français.**

**Partie B**

1. On nous demande de calculer  $P(15 \leq X \leq 45)$

En utilisant la calculatrice :

$$P(15 \leq X \leq 45) = \mathbf{0,866}.$$

2. On nous demande de calculer  $P(60 \leq X)$

En utilisant la calculatrice

$$P(60 \leq X) = \mathbf{0,001}.$$