

Exercice 3

5 points

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

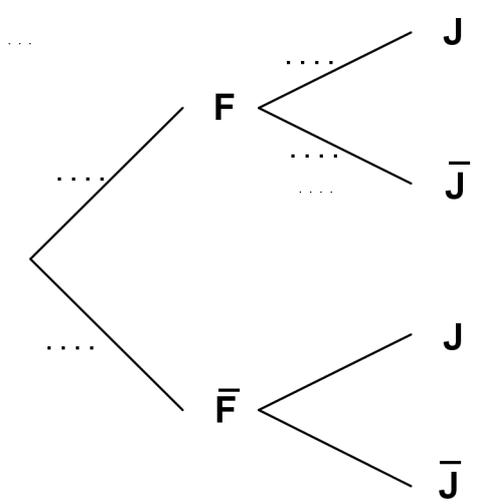
Une enquête révèle que dans un lycée, 67 % des élèves jouent régulièrement aux jeux vidéo.

On sait de plus que 57 % des élèves du lycée sont des filles et que, parmi elles, 49 % jouent régulièrement aux jeux vidéo.

On choisit au hasard un élève du lycée.

On note : J l'événement : « l'élève joue régulièrement aux jeux vidéo », et F l'événement : « l'élève est une fille ».

1. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



2. Calculer la probabilité que l'élève soit une fille qui joue régulièrement aux jeux vidéo.
3. Montrer que la probabilité que l'élève soit un garçon qui joue régulièrement aux jeux vidéo est égale à 0,3907.
4. Calculer la probabilité que l'élève joue régulièrement aux jeux vidéo sachant que c'est un garçon. Arrondir au dix-millième.

Partie B

Zoé, grande amatrice de jeux vidéo, souhaite s'offrir une tablette numérique pour son anniversaire. Elle pense commander sur un site » web marchand une tablette de marque Alpha.

Elle s'inquiète quant à l'autonomie de sa tablette en mode veille.

On admet que l'on peut modéliser la durée d'autonomie de chaque tablette de marque Alpha en mode veille par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu=120$ et d'écart-type $\sigma=10$.

La durée X est donnée en heures.

1. Déterminer la probabilité que la tablette numérique ait en mode veille une autonomie strictement inférieure à 5 jours.
2. Déterminer $P(96 \leq X \leq 144)$. Arrondir le résultat au millième. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Le service de ventes de la société Alpha affirme que 91 % des utilisateurs de cette tablette sont satisfaits de leur achat.

Le gestionnaire du site marchand organise une enquête afin de vérifier cette affirmation.

Il interroge au hasard 150 clients ayant acheté cette tablette ; parmi eux , 130 se déclarent satisfaits de leur acquisition.

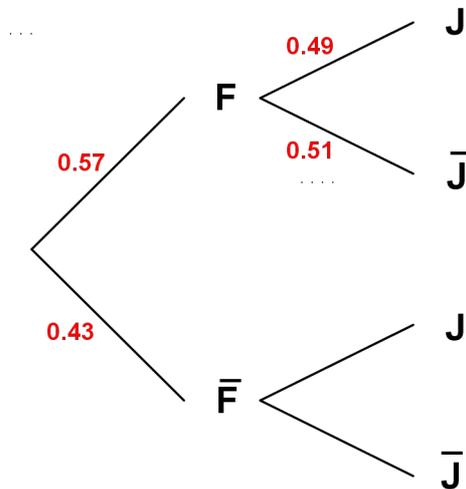
Peut-on valider l'affirmation du service des ventes de la société ? Justifier.

CORRECTION

Partie A

1. « On sait que 57 % des élèves du lycée sont des filles , et que parmi elles, 49 % jouent régulièrement aux jeux vidéo ».

Donc $P(F)=0,57$ et $P(\bar{F})=1-0,57=0,43$ et $P_F(J)=0,49$ et $P_F(\bar{J})=1-0,49=0,51$



2. La probabilité que l'élève soit une fille qui joue régulièrement aux jeux vidéo est $P(F \cap J)$
 $P(F \cap J) = P(F) \times P_F(J) = 0,57 \times 0,49 = \mathbf{0,2793}$
3. La probabilité que l'élève soit un garçon qui joue régulièrement aux jeux vidéo est $P(\bar{F} \cap J)$
 « 67 % des élèves jouent régulièrement aux jeux vidéo ».

Donc $P(J)=0,67$

En utilisant la formule des probabilités totales, on obtient :

$$P(J) = P(F \cap J) + P(\bar{F} \cap J)$$

$$0,67 = 0,2793 + P(\bar{F} \cap J)$$

$$P(\bar{F} \cap J) = 0,67 - 0,2793 = \mathbf{0,3907}$$

4. La probabilité que l'élève joue régulièrement aux jeux vidéo sachant que c'est un garçon est $P_{\bar{F}}(J)$.

$$P_{\bar{F}}(J) = \frac{P(\bar{F} \cap J)}{P(\bar{F})} = \frac{0,3907}{0,43} = \mathbf{0,9086} \text{ à } 10^{-4} \text{ près.}$$

Partie B

1. 5 jours soit $5 \times 24 = 120$ heures.

On nous demande de calculer $P(X < 120)$.

Or X suit la loi normale d'espérance $\mu = 120$ donc $P(X < 120) = \mathbf{0,5}$

2. En utilisant la calculatrice, on obtient :

$$P(96 \leq X \leq 144) = \mathbf{0,984} \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

Donc la probabilité qu'une tablette de marque Alpha est une durée d'autonomie en mode veille comprise entre 96 heures (4 jours) et 144 heures (6 jours) est 0,984.

On 98,4 % des tablettes de marque Alpha ont une durée d'autonomie en mode veille comprise entre 4 jours et 6 jours.

Partie C

Le service de vente de la société Alpha affirme que 91 % des utilisateurs de cette tablette sont satisfaits de leur achat.

Le gestionnaire du site organise une enquête sur un échantillon de 150 clients.

$p=0,91$ $n=150 \geq 30$ $np=0,91 \times 150=136,5 \geq 5$ $n(1-p)=0,09 \times 150=13,5 \geq 5$. On détermine un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$
$$I = \left[0,91 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,91 \times 0,09}{150}}; 0,91 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,91 \times 0,09}{150}} \right]$$
$$1,96 \times \sqrt{\frac{0,91 \times 0,09}{150}} = 0,0458 \text{ à } 10^{-4} \text{ près}$$
$$I = [0,8642; 0,9558]$$

La proportion de clients satisfaits dans l'échantillon de 150 personnes est : $f = \frac{130}{150} = 0,8667$ à 10^{-4} près.

Cette valeur appartient à l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

Conclusion

Cette enquête ne remet pas en cause l'affirmation du service des ventes au seuil de 95 %.