

Exercice 1

5 points

Les parties A et B sont indépendantes.

On s'intéresse à l'ensemble des demandes de prêts immobiliers auprès de trois grandes banques.

Une étude montre que 42 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Karl, 35 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Lofa, alors que cette proportion est de 23 % pour la banque Miro.

Par ailleurs :

- . 76 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Karl sont acceptées ;
- . 65 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Lofa sont acceptées ;
- . 82 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Miro sont acceptées.

On choisit au hasard une demande de prêt immobilier parmi celles déposées auprès des trois banques.

On considère les événements suivants :

- . K : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Karl » ;
- . L : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Lofa » ;
- . M : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Miro » ;
- . A : « la demande de prêt est acceptée ».

On rappelle que pour l'événement E, on note P(E) sa probabilité et on désigne par \bar{E} son événement contraire.

Dans tout l'exercice on donnera, si nécessaire des valeurs approchées au millième des résultats.

Partie A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée.
3. Montrer que $P(A) = 0,735$ à 10^{-3} près
4. La demande de prêt est acceptée. Calculer la probabilité qu'elle ait été déposée à la banque Miro.

Partie B

Dans cette partie on s'intéresse à la durée moyenne d'un prêt immobilier.

On note X la variable aléatoire qui à chaque prêt immobilier, associe sa durée, en années.

On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 20$ et d'écart-type $\sigma = 7$.

1. Calculer la probabilité que la durée d'un prêt soit comprise entre 13 et 27 ans.
2. Déterminer une valeur approchée à 0,01 près du nombre réel a tel que $P(X > a) = 0,1$.
Interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.

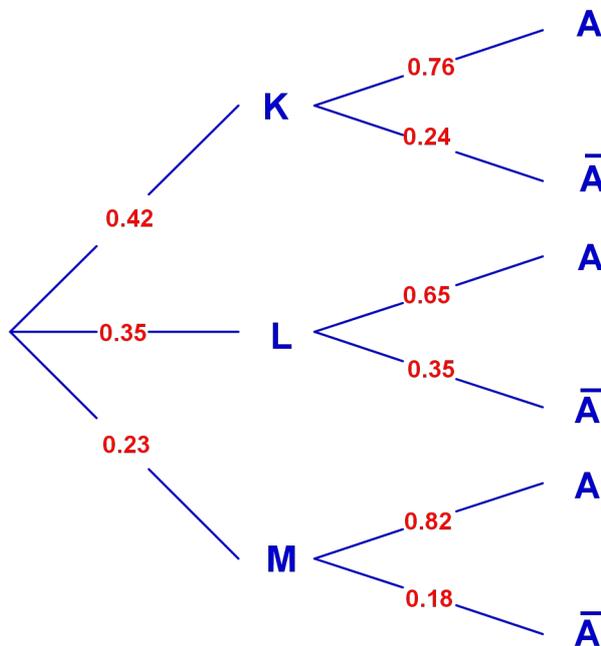
CORRECTION

- « 42 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Karl »
donc $P(K)=0,42$
« 35 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Lofa »
donc $P(L)=0,35$
« 23 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Miro »
donc $P(M)=0,23$

Remarque

$$P(K)+P(L)+P(M)=0,42+0,35+0,23=1$$

- « 76 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Karl sont acceptées »
donc $P_K(A)=0,76$ et $P_K(\bar{A})=1-P_K(A)=1-0,76=0,24$
 - « 65 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Lofa sont acceptées »
donc $P_L(A)=0,65$ et $P_L(\bar{A})=1-P_L(A)=1-0,65=0,35$
 - « 82 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Miro sont acceptées »
donc $P_M(A)=0,82$ et $P_M(\bar{A})=1-P_M(A)=1-0,82=0,18$
- On obtient l'arbre pondéré suivant :



- On nous demande de calculer $P(K \cap A)$
 $P(K \cap A)=P(K) \times P_K(A)=0,42 \times 0,76=0,3192 = \mathbf{0,319}$ à 10^{-3} près.
- En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales :
 $P(A)=P(K \cap A)+P(L \cap A)+P(M \cap A)$
 $P(L \cap A)=P(L) \times P_L(A)=0,35 \times 0,65=0,2275$
 $P(M \cap A)=P(M) \times P_M(A)=0,23 \times 0,82=0,1886$
 $P(A)=0,3192+0,2275+0,1886=0,7353 = \mathbf{0,735}$ à 10^{-3} près
- On demande de calculer $P_A(M)$
 $P_A(M)=\frac{P(M \cap A)}{P(A)}=\frac{0,1886}{0,7353} = \mathbf{0,256}$ à 10^{-3} près.

Partie B

1. La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu=20$ et d'écart-type $\sigma=7$.
 $P(13 \leq X \leq 27) = P(20-7 \leq X \leq 20+7) = P(\mu-\sigma \leq X \leq \mu+\sigma) = 0,683$ à 10^{-3} près.
2. En utilisant la calculatrice, on obtient : $a = 28,97$ à 10^{-2} près.
La probabilité qu'un prêt d'une durée supérieure ou égale à 29 ans est de 0,1.
10 % des prêts ont une durée supérieure ou égale à 29 ans.