Exercice 1 4 points

Cet exercice est un Q.C.M.(questionnaire à choix multiples).Pour chacune des quatre questions posées, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

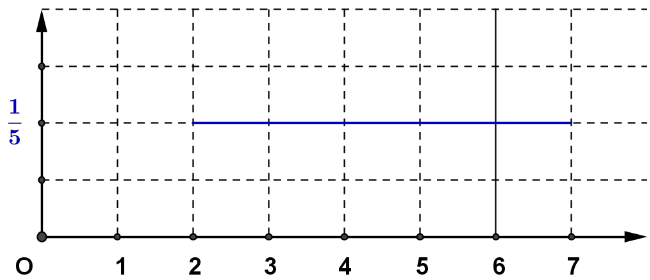
1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x)=3x-x\ln(x)$
On admet que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et on désigne par f' sa fonction dérivée.
Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$ on a :

a. $f'(x)=3-\frac{1}{x}$ **b.** $f'(x)=3-\ln(x)$ **c.** $f'(x)=2-\ln(x)$

2. On considère la suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2.
La somme des 13 premiers termes de cette suite vaut :

a. 4095 **b.** 8191 **c.** $\frac{1-2^{14}}{1-2}$

3. Une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur l'intervalle [2;7] dont la fonction de densité est représentée ci-dessous :



P(A) désigne la probabilité d'un événement A et E(X) l'espérance de la variable aléatoire X.

a. $P(3\leqslant X\leqslant 7)=\frac{1}{4}$ **b.** $P(X\geqslant 4)=P(2\leqslant X\leqslant 5)$ **c.** $E(X)=\frac{9}{5}$

4. On réalise un sondage sur un échantillon de n personnes (n entier naturel non nul).
Parmi les tailles de l'échantillon proposées ci-dessous, quelle est celle qui permet d'obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 avec un amplitude de 0,02 ?
a. $n=5000$ **b.** $n=100$ **c.** $n=10000$

CORRECTION

1. **Réponse : c** $f'(x)=2-\ln(x)$

Justifications non demandées

Pour tout nombre réel x strictement positif

$(\ln(x))'=\frac{1}{x}$ et $(x\ln(x))'=1\times\ln(x)+x\times\frac{1}{x}=1+\ln(x)$

donc $f'(x)=3-1-\ln(x)=2-\ln(x)$

2. **Réponse : b** 8191

Justifications non demandées

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme $u_0=1$ et de raison 2, donc pour tout entier naturel n : $u_n=2^n$.

Le treizième terme de la suite est : u_{12} .

$S=u_0+u_1+\ldots+u_{12}=\frac{1-u^{13}}{1-2}=\frac{1-2^{13}}{-1}=2^{13}-1$

En utilisant la calculatrice, on obtient : 8191

3. **Réponse : b** $P(X\geqslant 4)=P(2\leqslant X\leqslant 5)$

Justifications non demandées

La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [2;7], donc pour tous réels a et b tels que $2\leqslant a\leqslant b\leqslant 7$ on obtient $P(a\leqslant X\leqslant b)=\frac{b-a}{7-2}$

$P(2\leqslant X\leqslant 5)=\frac{5-2}{7-2}=\frac{3}{5}$

$P(X\geqslant 4)=P(4\leqslant X\leqslant 7)=\frac{7-4}{7-2}=\frac{3}{5}$

donc $P(2\leqslant X\leqslant 5)=P(X\geqslant 4)$

Remarques

$P(3\leqslant X\leqslant 7)=\frac{7-4}{7-2}=\frac{4}{5}$

$E(X)=\frac{7+2}{2}=\frac{9}{2}$

4. **Réponse : c** $n=10000$

Justifications non demandées

Un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 est un intervalle du type

$\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}};p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ donc d'amplitude $\frac{2}{\sqrt{n}}$.

On veut obtenir $\frac{2}{\sqrt{n}}=0{,}02$ soit $\sqrt{n}=100$ et $n=100^2=10000$