Exercice 3 5 points

Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

On dispose des renseignements suivants à propos du baccalauréat session 2015 :
. 49 % des inscrits ont passé un baccalauréat général, 20 % un baccalauréat technologique et les autres un baccalauréat professionnel ;
. 91,5 % des candidats au baccalauréat général ont été reçu ainsi que 90,6 % des candidats au baccalauréat technologique.

Source : DEPP (juillet 2015)

On choisit au hasard un candidat au baccalauréat de la session 2015 et on considère les événements suivants :
. G : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat général » ;
. T : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat technologique » ;
. S : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel » ;
. R : « Le candidat est reçu ».
Pour tout événement A, on note P(A) sa probabilité $\bar{A}$ son événement contraire. De plus, si B est un autre événement, on note $P_B(A)$ la probabilité de A sachant B.

1. Préciser les probabilités P(G), P(T), $P_T(R)$ et $P_G(R)$.

2. Traduire la situation par un arbre pondéré. On indiquera les probabilités trouvées à la question précédente. Cet arbre pourra être complété par la suite.

3. Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat technologique et l'ait obtenu est égale à 0,1812.

4. Le ministre de l'Education Nationale a annoncé un taux global de réussite pour cette session de 87,8 % pour l'ensemble des candidats présentants l'un des baccalauréats.
a. Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat professionnel et l'ait obtenu est égale à 0,24845
b. Sachant que le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel, déterminer la probabilité qu'il ait été reçu. On donnera une valeur approchée du résultat au millième.

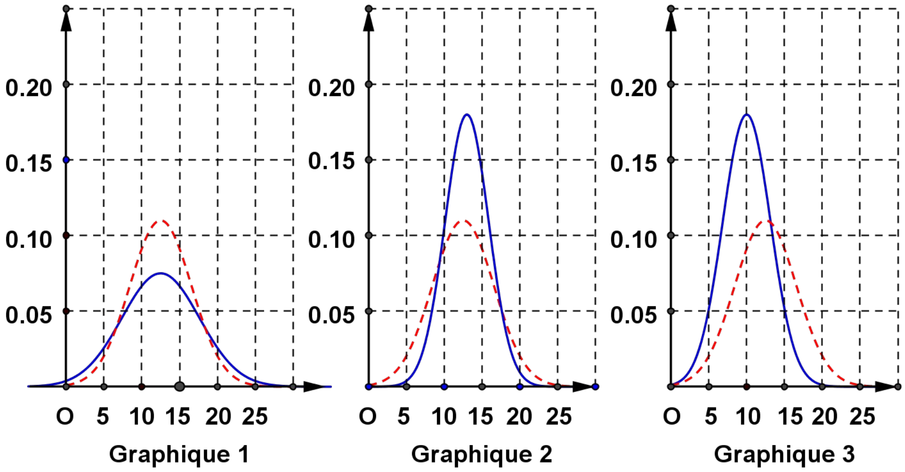
Partie B

A l'issue des épreuves du baccalauréat, une étude est faite sur les notes obtenues par les candidats en mathématiques et en français.
On admet que la note de mathématiques peut être modélisée par un variable aléatoire X_M qui suit la loi normale de moyenne 12,5 et d'écart type 3,5.
De même la note de français peut être modélisée par une variable aléatoire X_F qui suit la loi normale de moyenne 13,2 et d'écart type 2,1.

1. Déterminer $P(9 \leqslant X_M \leqslant 16)$ en donnant l'arrondi au centième.

2. Sur les graphiques ci-après, on a représenté en pointillé la fonction de densité de la variable aléatoire X_M.
La fonction de densité associée à la variable aléatoire X_F est représentée sur un seul de ces graphiques.

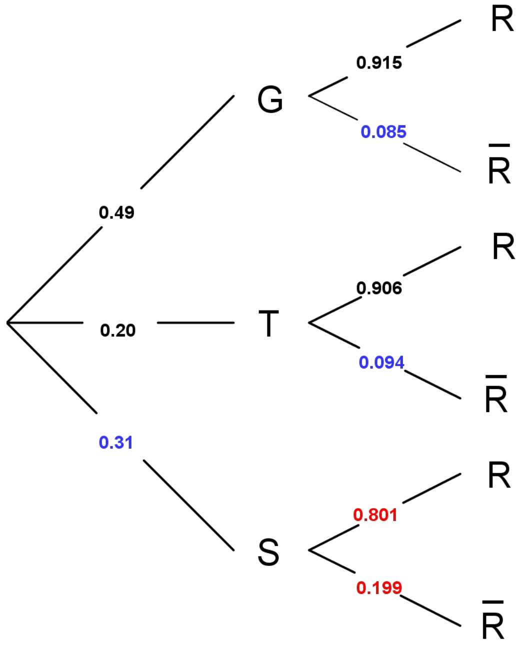
Quel est ce graphique ? Expliquez le choix.



CORRECTION

1. L'énoncé précise :
49 % des inscrits ont passé un baccalauréat général donc $P(G)=0,49$
20 % des inscrits ont passé le baccalauréat technologique donc $P(T)=0,20$
90,6 % des candisats du baccalauréat technologique ont été reçus donc $P_T(R)=0,906$
91,5 % des candidats du baccalauréat général ont été reçus donc $P_G(T)=0,915$

2. Les autres candidats sont les candidats du baccalauréat professionnel :
$P(S)=1-P(G)-P(T)=1-0,49-0,20=\mathbf{0,31}$
$P_T(R)=0,906$ donc $P_T(\bar{R})=1-0,906=\mathbf{0,094}$
$P_G(R)=0,915$ donc $P_G(\bar{R})=1-0,915=\mathbf{0,085}$
Par contre $P_S(R)$ et $P_S(\bar{S})$ seront calculés ultérieurement.
On obtient l'arbre pondéré :



3. On nous demande de calculer $P(T\cap R)$
$P(T\cap R)=P((T)\times R)=0,2\times 0,906=\mathbf{0,1812}$

4.a. L'énoncé précise que $P(R)=0,878$
En utilisant la formule des probabilités totales, on obtient :
$P(R)=P(G\cap R)+P(T\cap R)+P(S\cap R)$
$P(G\cap R)=P(G)\times P_G(R)=0,49\times 0,915=0,44845$
$P(S\cap R)=0,878-0,1812-0,44835=\mathbf{0,24845}$

b. On nous demande de calculer $P_S(R)$

$$P_S(R)=\frac{P(S\cap R)}{P(S)}=\frac{0,24845}{0,31}=\mathbf{0,801}$$

et $P_S(\bar{R})=0,199$, on complète l'arbre pondéré

Partie B

1.a. X_M est une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne $\mu=12,5$ et d'écart type $\sigma=3,5$.

$P(9\leqslant X_M\leqslant 16)=P(12{,}5-3{,}5\leqslant X_M\leqslant 12{,}5+3{,}5)=P(\mu-\sigma\leqslant X_M\leqslant\mu+\sigma)$ = **0,68**

(résultat de cours à connaître).

Mais on peut aussi utiliser la calculatrice pour retouver ce résultat.

b. X_F est une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne $\mu=13{,}2$ et d'écart type $\sigma=2{,}1$

Conséquences

La moyenne de X_F est supérieure à celle de X_M (donc le graphique 3 ne convient pas) et l'écart type de X_F est inférieur à celui de X_M donc la maximum de la fonction de densité de X_F est supérieur à celui de la fonction de densité de X_M (donc le graphique 1 ne convient pas) donc le graphique convenant est le graphique 2.

Rappel

Le maximum de la fonction de densité d'une variable aléatoire qui suit une loi normale d'écart type σ est : $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$.