## Exercice 1 6 points

*Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.*
*Dans tout l'exercice, si nécessaire, les résultats seront arrondis au millième.*

A l'occasion de la fête des mères, un fleuriste décide de proposer à ses clients plusieurs types de bouquets spéciaux.

**Partie A**

Chaque bouquet spécial fête des mères est composé uniquement d'oeillets, uniquement de tulipes ou uniquement de marguerites. Chaque bouquet est composé de fleurs d'une même couleur soit blanches, soit jaunes.
Ce fleuriste a choisi de préparer 60 % de ces bouquets spéciaux avec uniquement des tulipes, 28 % avec uniquement des oeillets, les autres bouquets ne comportant que des marguerites.

On sait d'autre part que :
. la moitié des bouquets confectionnés avec des tulipes sont de couleur jaune ;
. la proportion de bouquets de couleur jaune parmi les bouquets d'oeillets est de un cinquième ;
. parmi les bouquets de marguerites, on compte un quart de jaunes.

Un client entre dans le magasin et achète au hasard un bouquet parmi les bouquets spéciaux « fêtes des mères ».
On note :
. T l'événement :« le bouquet acheté est un bouquet de tulipes » ;
. O l'événement : « le bouquet acheté est un bouquet d'oeillets » ;
. M l'événement : « le bouquet acheté est un bouquet de marguerites » ;
. J l'événement : « les fleurs du bouquet acheté sont jaunes » ;
. B l'événement : « les fleurs du bouquet acheté sont blanches ».

**1.** Construire un arbre pondéré représentant la situation.
**2.** Calculer la probabilité que le client ait acheté un bouquet de tulipes blanches.
**3.** Montrer que la probabilité de l'événement B notée P(B) est égale à 0,614.
**4.** Sachant que les fleurs du bouquet acheté par ce client sont blanches, déterminer la probabilité que ce soit un bouquet d'oeillets.

**Partie B**

L'un des fournisseurs du fleurisqte est un jardinier spécialisé dans la production d'une espèce de rosiers nommée « Arlequin ».
On note X la variable aléatoire qui, à chaque rosier de cette espèce pris au hasard, cultivé chez ce jardinier, associe sa hauteur exprimée en centimètres. On admet, d'après les observations et mesures réalisées, que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu=50$ et d'écart-type $\sigma=3$ .

**1.** On choisit au hasard un rosier « Arlequin » chez ce fournisseur.
**1.a.** Déterminer la probabilité que ce rosier mesure entre 47 et 53 centimètres.
**1.b.** Déterminer la probabilité que ce rosier mesure plus de 56 centimètres.

**2.** Le fournisseur veut prévoir quelle sera la hauteur atteinte ou dépassée par 80 % de ses rosiers « Arlaquin »
Déterminer la hauteur cherchée (on l'arrondira au mm).

**Partie C**

En se basant sur les ventes réalisées l'année préc édente, ce fleuriste suppose que 85 % de ses clients viendront ce jour-là acheter un des bouquets pour la fête des Mères.
Quelques semaines avant de préparer ses commandes, il décide de vérifier son hypothèse en envoyant un questionnaire à 75 de ses clients, ces derniers étant supposés représentatifs de l'ensemble de sa clientèle.
Les réponses reçues montrent que, parmi les 75 clients interrogés, 16 déclarent qu'ils n'achèteront pas de bouquet pour la fête des Mères.
Le fleuriste doit-il rejeter son hypothèse ?

**CORRECTION**

**Partie A**

**1.** L'énoncé précise :

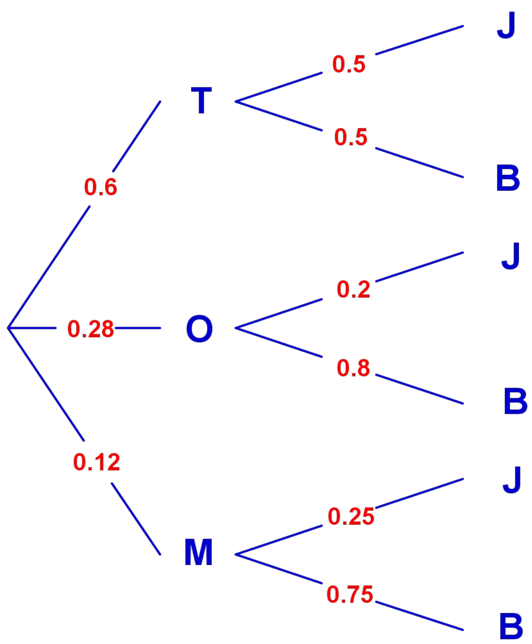
. Ce fleuriste a choisi de préparer 60 % des bouquets spéciaux avec uniquement des tulipes, 28 % avec uniquement avec des oeillets, les autres bouquets ne comportant uniquement des marguerirtes.
Donc : $P(T)=0,6$ , $P(O)=0,28$ et $P(M)=1-P(T)-P(O)=1-0,6-0,28=0,12$ .

. La moitié des bouquets confectionnés avec des tulipes sont de couleur jaune.
Donc : $P_T(J)=\frac{1}{2}=0,5$ , on a $\bar{J}=B$ et $P_T(B)=1-0,5=0,5$ .

. La proportion des bouquets de couleur jaune parmi les bouquets d'oeillets est de un cinquième.
Donc : $P_O(J)=\frac{1}{5}=0,2$ et $P_O(B)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}=0,8$ .

. Parmi les bouquets de marguerites, on compte un quart de couleur jaune.
Donc : $P_M(J)=\frac{1}{4}=0,25$ et $P_M(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=0,75$ .

. On obtient l'arbre pondéré :




**2.** $P(T\cap B)=P(T)\times P_T(VB)=0,6\times 0,5$ = **0,3**

**3.** En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales, on obtient :
$P(B)=P(T\cap B)+P(O\cap B)+P(M\cap B)=0,3+0,28\times 0,8+0,12\times 0,75=0,3+0224+0,09$ = **0,614**

**4.** On nous demande de calculer $P_B(O)$

$$P_B(O)=\frac{P(B\cap O)}{P(B)}=\frac{0,224}{0,614}=\frac{224}{614}=\frac{112}{307}$$ = **0,365**

**Partie B**

**1.** X est une variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance $\mu=50$ et d'écart-type $\sigma=3$ .

**1.a.** On nous demande de calculer $P(47\leqslant X\leqslant 53)$
En utilisant la calculatrice, on obtient :
$P(47\leqslant X\leqslant 53)$ = **0,683**

Remarque
En utilisant le cours :
Si X est une variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance $\mu$ et d'écart-type $\sigma$ alors
$P(\mu-\sigma\leqslant X\leqslant\mu+\sigma)=0,683$
Ici $\mu=50$ et $\sigma=3$
$P(50-3\leqslant X\leqslant 50+3)=P(47\leqslant X\leqslant 53)$ = **0,683**

**1.b.** On nous demande de calculer $P(56\leqslant X)$
En utilisant la calculatrice on obtient :
$P(56\leqslant X)$ = **0,023**
Remarque
En utilisant le cours :
Si X est une variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance $\mu$ et d'écart type $\sigma$ alors
$P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)=0,954$ et $P(X\leqslant\mu-2\sigma)=P(\mu+2\sigma\leqslant X)=\frac{1}{2}(1-0,954)=0,023$
Ici $\mu=50$ et $\sigma=3$
$P(50+2\times 3\leqslant X)=P(56\leqslant X)$ = **0,023**

**2.** En utilisant la calculatrice, on obtient le nombre a tel que $P(a\leqslant X)=0,8$
On obtient : **a = 47,5 (cm)**

**Partie C**

Le fleuriste veut tester l'hypothèse : « 85 % de ses clients viendront ce jour-là acheter un bouquet pour la fête des Mères ».
La fréquence, parmi les 75 clients interrogés, des des client déclarant qu'ils viendront achetés un bouquet ce jour-là est $f=\frac{75-16}{75}=\frac{59}{75}$ = **0,787**
Dans un échantillon de taille 75, on suppose $p=0,85$
$n=75\geqslant 30$ , $np=75\times 0,85=63,75\geqslant 5$ et $n(1-p)=75\times 0,15=11,25\geqslant 5$
donc on peut établir un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de clients du fleuriste qui viendront acheter un bouquet pour la fête des Mères.
$$I=\left[p-1,96\times\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}};p+1,96\times\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]=\left[0,85-1,96\times\sqrt{\frac{0,85\times 0,15}{75}};0,85+1,96\times\sqrt{\frac{0,85\times 0,15}{75}}\right]$$
$$1,96\times\sqrt{\frac{0,85\times 0,15}{75}}=0,081$$
$I=[0,769;0,931]$
$f=0,783$ appartient à cet intervalle donc **au seuil de 95 %, le fleuriste ne rejette pas son hypothèse.**