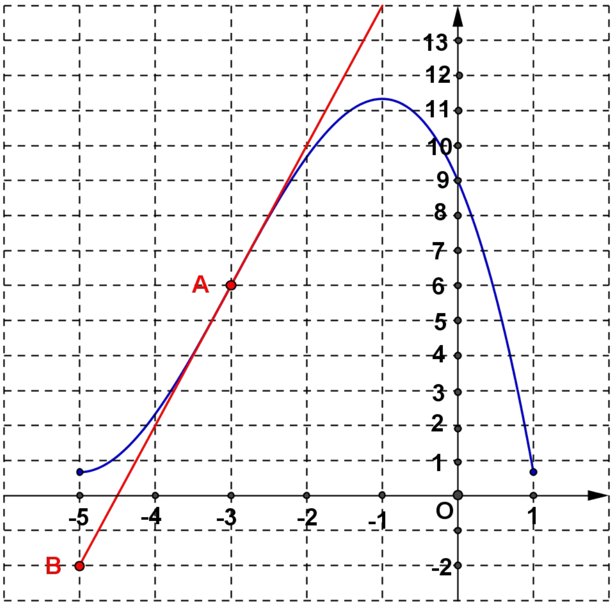
Exercice 2 — 3 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question posée, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

On a représenté dans un repère orthogonal ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle [-5;1].
La droite T est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point $A(-3;6)$ et passe par le point $B(-5;-2)$.
Le point A est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$ sur [-5;1].



1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Alors :

A. $f'(-3)=6$ **B.** $f'(-3)=4$ **C.** $f'(-3)=\frac{1}{4}$ **D.** $f'(-3)=\frac{1}{6}$

2. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f. Alors :

A. $f''(-3)=6$ **B.** $f''(-3)=4$ **C.** $f''(-3)=0$ **D.** $f''(-3)=\frac{1}{4}$

3. La fonction f est :
A. convexe sur [-6 ;-3] **B.** convexe sur [-5 ;-1] **C.** convexe sur [-3;1] **D.** concave sur [-5;1]

4. La fonction dérivée f' est :
A. décroissante sur[-3 ;-1] **B.** croissante sur [-3 ;-1] **C.** croissante sur [-1;1] **D.** croissante sur [-5 ;-1]

5. Toute primitive F dela fonction f est :
A. décroissante sur [-5 ;1] **B.** croissante sur [-5;1] **C.** constante sur [-5;1] **D.** décroissante sur [-1;1]

6. On note $I=\int_{-5}^{-4} f(x)\,dx$. Alors :

A. $-2\leqslant I\leqslant 0$ **B.** $-5\leqslant I\leqslant -4$ **C.** $0<I\leqslant 2$ **D.** $2<I<4$

CORRECTION

1. **Réponse : B** $f'(-3)=4$

Justification non demandée

$f'(-3)$ est le coefficient directeur de la tangente T en A à la courbe $\mathscr{C}$ or T=(AB) $A(-3;6)$ $B(-5;-2)$.

Le coefficient directeur de T est égal à $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-2-6}{-5-(-3)}=\frac{-8}{-2}=4$

2. **Réponse : C** $f''(-3)=0$

Justification non demandée

f est définie et deux fois dérivable sur [-5;1], $A(-3;6)$ est l'unique point d'inflexion de $\mathscr{C}$ donc $f''(-3)=0$

3. **Réponse : A** f est convexe sur [-5 ;-3]

Justification non demandée

$\mathscr{C}$ est au dessus de toutes ses tangentes sur l'intervale [-5 ;-3]

4. **Réponse : A** f' est décroissante sur [-3 ;-1]

Justification non demandée

A(-3;6) est l'unique point d'inflexion de $\mathscr{C}$ donc f est convexe sur [-5 ;-3] et concave sur [-3;1]

f est deux fois dérivable sur [-5;1] donc pour tout réel x de l'intervalle [-5 ;-3], $f''(x)\geqslant 0$ et pour tout nombre réel x de l'intervalle [-3;1], $f''(x)\leqslant 0$.

Conséquences

f' est croissante sur [-5 ;-3] et décroissante sur [-3 ;-1] donc f' est décroissante sur [-3 ;-1]

5. **Réponse : B** F est croissante sur[-5 ;-1]

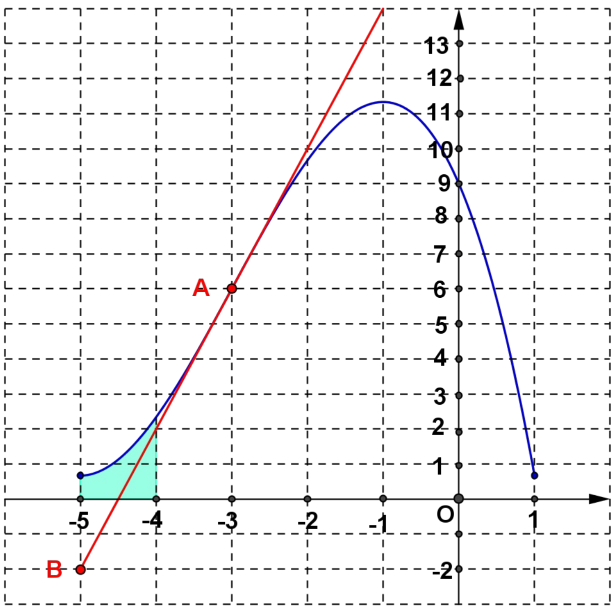
Justification non demandée

La fonction dérivée de F est f. $\mathscr{C}$ est au dessus de l'axe des abscisses sur [-5;1] donc pour tout nombre réel x de l'intervalle [-5;1], f(x)>0 donc F est croissante sur [-5;1].

6. **Réponse : C** $0<I\leqslant 2$

Justification non demandée

f est continue et positive sur [-5 ;-4] donc I est l'aire, en unités d'aire, de la partie de plan comprise entre $\mathscr{C}$ l'axe des abscisses et les droites d'équations x=-5 et x=-4 (colorée en bleu sur la figure).



L'unité d'aire est l'aire d'un petit rectangle du quadrillage.

On remarque que l'aire de la partie de plan colorée en bleu est inérieure à l'aire de deux rectangles, donc $0<I\leqslant 2$.