Exercice 1 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'abscence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire. On note $\bar{B}$ l'événement contraire de B.
On sait que : P(A)=0,6, P(B)=0,5 et $P(A\cap B)=0{,}42$.
On peut affirmer que :

a. $P_A(B)=0{,}3$
b. $P(A\cup B)=0{,}58$
c. $P_B(A)=0{,}84$
d. $P(A\cap\bar{B})=0{,}28$

2. Dans une station de ski, le temps d'attente à un télésiège donné, exprimé en minute, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle [0;5].

a. L'espérance de cette loi X est : $\frac{2}{5}$.
b. $P(X\ >2)=\frac{3}{5}$
c. $P(X\leqslant 2)=\frac{3}{5}$
d. $P(X\leqslant 5)=0$

3. Une machine remplit des flacons dont le volume annoncé est de 100 ml. On admet que le volume contenu dans le flacon peut être modéliser par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance 100 ml et d'écart-type 2 ml.

a. $P(Y\leqslant 100)=0{,}45$
b. $P(Y>98)=0{,}75$
c. $P(96\leqslant Y\leqslant 104)=0{,}95$
d. $P(Y\leqslant 110)=0{,}85$

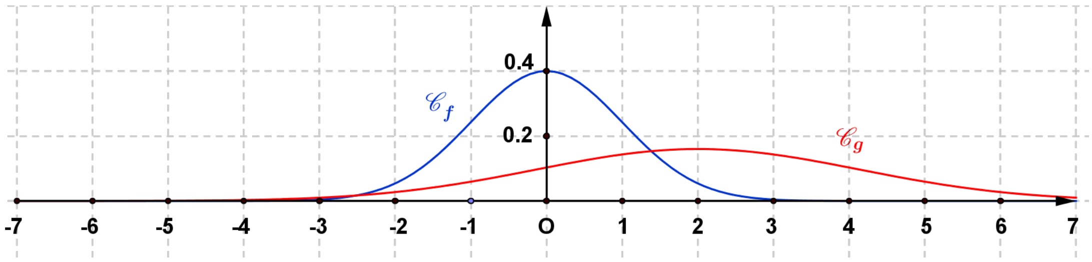
4. Un article de journal affirme, qu'en France, il y a 16 % de gauchers. Un chercheur souhaite vérifier cette affirmation. Pour cela, il veut déterminer la taille de l'échantillon de la population française à étudier qui permettrait d'obtenir un intervalle de confiance d'amplitude égale à 0,1 au niveau de confiance de 0,95.
La taille de l'échantillon est :

a. 30
b. 64
c. 100
d. 400

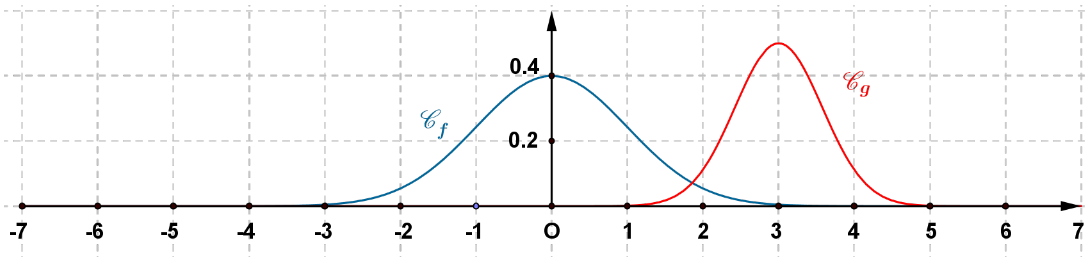
5. La fonction f est la fonction de densité de probabilité associée à la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$.
La fonction g est la fonction de densité de probabilité associée à la loi normale de moyenne $\mu=3$ et d'écart-type $\sigma=2$.

La représentation graphique de ces deux fonctions est :

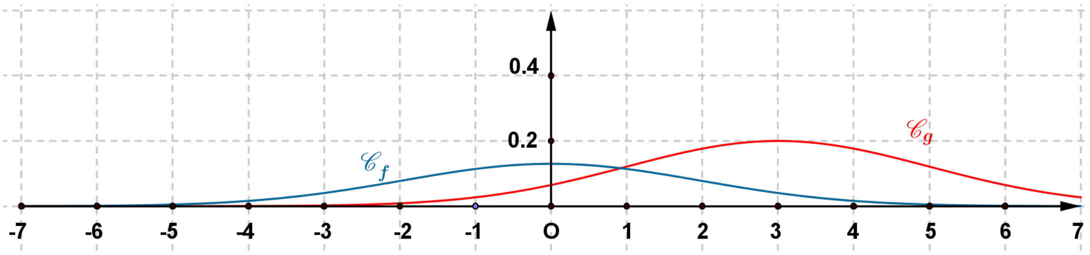
a.



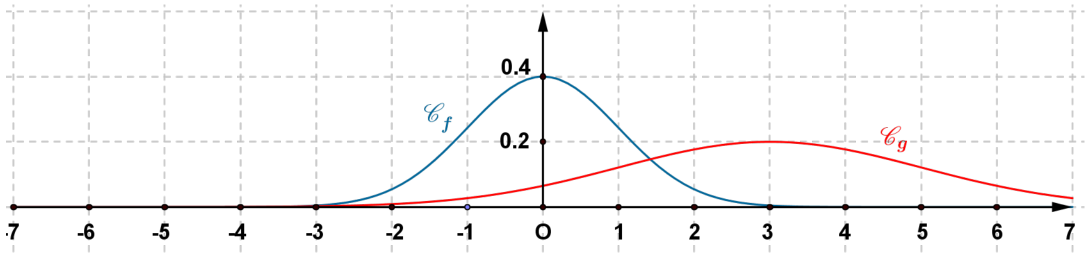
b.



c.



d.



CORRECTION

1. **Réponse : c** $P_B(A)=0{,}84$

Justification non demandée

a. $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{0{,}42}{0{,}6}=0{,}7\neq 0{,}3$

b. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0{,}6+0{,}5-0{,}42=0{,}68\neq 0{,}58$

c. $P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0{,}42}{0{,}5}=$ **0,84**

d. $P(A\cap\bar{B})=P(A)-P(A\cap B)=0{,}6-0{,}42=0{,}18\neq 0{,}28$

2. **Réponse: b** $P(X>2)=\dfrac{3}{5}$

Justification non demandée

a. L'espérance mathématique de cette loi est : $\dfrac{5+0}{2}=\dfrac{5}{2}\neq\dfrac{2}{5}$

b. $P(X>2)=\dfrac{5-2}{5-0}=\dfrac{3}{5}$

c. $P(X\leqslant 2)=\dfrac{2-0}{5-0}=\dfrac{2}{5}\neq\dfrac{3}{5}$

d. $P(X\leqslant 5)=\dfrac{5-0}{5-0}=1\neq 0$

3. **Réponse : c** $P(96\leqslant X\leqslant 104)=0{,}95$

Justification non demandée

On facilement répondre en uilisant la calculatrice, mais on peut répondre en utilisant le cours.

a. $P(Y\leqslant 100)=P(100<Y)=0{,}5\neq 0{,}4$

b. $P(100-2\leqslant Y\leqslant 100+2)P(\mu-\sigma\leqslant Y\leqslant\mu+\sigma)=0{,}68$

donc $P(Y\leqslant 100-2)=P(100+2\leqslant Y)=\dfrac{1-0{,}68}{2}=0{,}16$

et $P(Y>98)=1-0{,}16=0{,}84\neq 0{,}75$

c. $P(96\leqslant Y\leqslant 104)=P(\mu-2\sigma\leqslant Y\leqslant\mu+2\sigma)=0{,}95$

d. $P(Y\leqslant 110)\geqslant P(96\leqslant Y\leqslant 104)=0{,}95$ donc $P(Y\leqslant 110)\neq 0{,}85$

.

4. **Réponse : d** **n = 400**

Justification non demandée

L'amplitude d'un intervalle de confiance pour un échantillon de taille n est : $\dfrac{2}{\sqrt{n}}$.

$\dfrac{2}{\sqrt{n}}=0{,}1 \Leftrightarrow \sqrt{n}=\dfrac{2}{0{,}1}=20 \Leftrightarrow n=400$

5. **Réponse : d**

Justification non demandée

Pour tout nombre réel x :

$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2}$ $\qquad g(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-3}{2}\right)^2}$

$f(0)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}=0{,}4$ à 10^{-2} près (maximum de f). $g(3)=\dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}}=0{,}2$ à 10^{-2} près (maximun de g).

Pour les figures a. et b. $g(3)\neq 0{,}2$.

Pour la figure c. $f(0)\neq 0{,}4$.

Donc la représentation graphique des deux courbes est obtenue au dessin d.