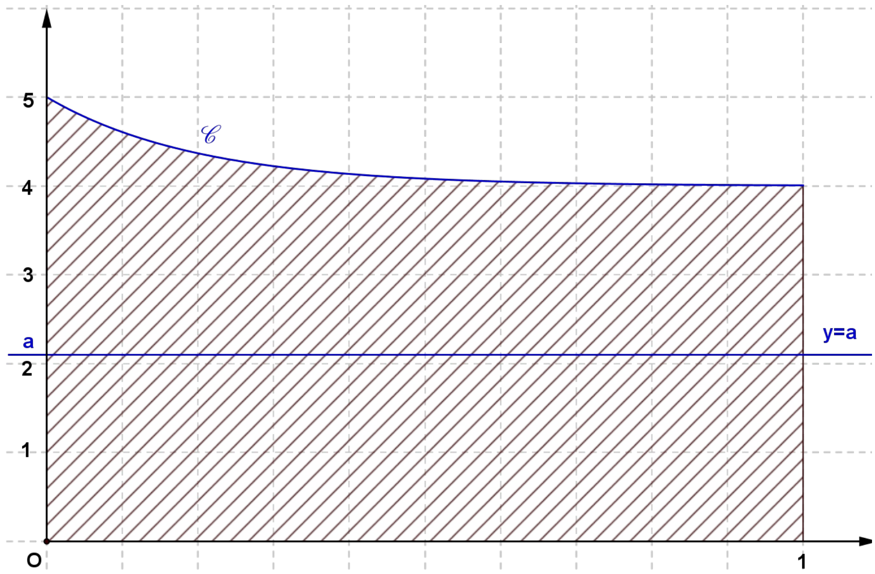
Exercice 4 *3 points*

On considère la fonction définie sur l'intervalle [0;1] par $f(x)=4+e^{-5x}$.
On a tracé dans le repére ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f.
Le domaine $\mathscr{D}$ hachuré sur la figure est le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=1$.
On veut partager le domaine hachuré en deux domaines de même aire par une droite d'équation $y=a$ parallèle à l'axe des abscisses, selon l'exemple donné ci-dessous.



1. Justifier que la valeur 3 ne conient pas.

2. Déterminer à 0,1 près une valeur de a qui convienne.

CORRECTION

1. Le repère n'est pas orthonormé donc l'unité d'aire est l'aire d'un rectangle.
La droite d'équation $y=3$ partage en deux parties $\mathscr{D}$, la partie située en dessous de la droite est un rectangle d'aire 3 U.A. et la partie située au dessus de la droite est contenue dans un rectangle d'aire 2 U.A.
Conclusion
La droite d'équation y=3 ne partage pas $\mathscr{D}$ en deux parties de même aire.

2. L'aire de $\mathscr{D}$ en U.A. est : $\int_0^1 \mathrm{f}(x)\,\mathrm{d}x$

$\mathrm{f}(x)=4+\mathrm{e}^{-5x}$

$\mathrm{F}(x)=4x-\frac{1}{5}\mathrm{e}^{-5x}=4x-0{,}2\,\mathrm{e}^{-0{,}5x}$

F est une primitive de f sur [0;1]

$\int_0^1 \mathrm{f}(x);\mathrm{d}x=\mathrm{F}(1)-\mathrm{F}(0)=4-0{,}2\,\mathrm{e}^{-5}+0{,}2=4{,}2-0{,}2\,\mathrm{e}^{-5}$.

L'aire en U.A. de la partie de $\mathscr{D}$ située en dessous de la droite d'équation y=a est égale à $1\times\mathrm{a}=\mathrm{a}$.

La droite d'équation y=a partage $\mathscr{D}$ en deux parties de même aire si et seulement si $\mathrm{a}=\frac{1}{2}(4{,}2-0{,}2\,\mathrm{e}^{-5})$.

$\mathrm{a}=2{,}1-0{,}1\,\mathrm{e}^{-5}$ **= 2,1 à 0,1 près.**

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés