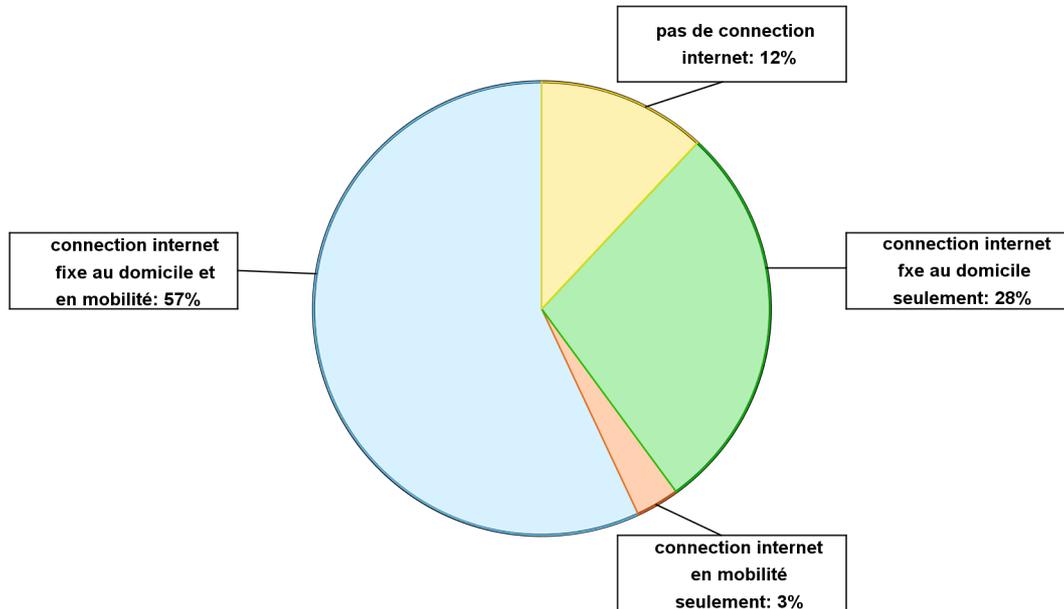


## Exercice 2

5 points

Le graphique suivant indique le type de connexion à internet dont disposent les Français âgés de plus de 12 ans en juin 2016.



Source : CREDOC Enquêtes sur « les conditions de vie et les aspirations », juin 2016.

On choisit au hasard une personne âgée de plus de 12 ans dans la population française.

On note  $D$  l'événement « la personne dispose d'une connexion internet fixe au domicile ».

On note  $M$  l'événement « la personne dispose d'une connexion internet en mobilité ».

On rappelle que si  $E$  et  $F$  sont deux événements,  $P(E)$  désigne la probabilité de l'événement  $E$  et  $P_F(E)$  la probabilité de l'événement  $E$  sachant que l'événement  $F$  est réalisé. On note  $\bar{E}$  l'événement contraire de  $E$ .

## Partie A

- Donner sans justification  $P(D \cap M)$ , puis justifier que  $P(D) = 0,85$ .
- Calculer la probabilité que la personne dispose d'une connexion internet fixe au domicile sachant qu'elle dispose qu'elle dispose d'une connexion internet en mobilité.
- Calculer la probabilité de l'événement « la personne dispose d'une connexion internet ».
- Calculer  $P_{\bar{M}}(\bar{D})$ .

## Partie B

On interroge un échantillon aléatoire de 100 personnes dans la population française.

Soit  $X$  la variable aléatoire qui, à cet échantillon, associe le nombre de personnes ayant une connexion internet fixe au domicile.

- Expliquer pourquoi  $X$  suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
- Déterminer  $P(X \leq 75)$ . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**Partie C**

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de Français ayant une connexion internet fixe au domicile pour un échantillon de taille 100.
2. Une enquête sur les usages du numérique, menée en juin 2016 auprès des habitants d'un petit village de montagne, amène au constat suivant : parmi les 100 habitants de plus de 12 ans de ce village, 76 d'entre eux disposent d'une connexion internet fixe au domicile.  
Que peut-on penser de l'équipement en connexion internet fixe au domicile dans ce village ?

**CORRECTION**
**Partie A**

- En utilisant le graphique on obtient :  
 connexion internet fixe au domicile **et** en mobilité : 57 %  
 donc  $P(D \cap M) = 0,57$ .  
 connexion internet en mobilité seulement : 3 %  
 donc  $P(M \cap \bar{D}) = 0,03$   
 connexion internet fixe au domicile seulement : 28 %  
 donc  $P(D \cap \bar{M}) = 0,28$   
 pas de connexion internet : 12 %  
 donc  $P(\bar{D} \cap \bar{M}) = 0,12$
- En utilisant la formule des probabilités totales  
 $P(D) = P(D \cap M) + P(D \cap \bar{M}) = 0,57 + 0,28 = 0,85$ .
- On nous demande de calculer  $P_M(D)$   

$$P_M(D) = \frac{P(M \cap D)}{P(M)}$$

$$P(M) = P(M \cap D) + P(M \cap \bar{D}) = 0,57 + 0,03 = 0,60$$

$$P_M(D) = \frac{0,57}{0,60} = 0,95$$
- On nous demande de calculer  $P(M \cup D)$   
 $P(M \cup D) = P(M) + P(D) - P(M \cap D) = 0,6 + 0,85 - 0,57 = 0,88$ .  
 Ou  $P(M \cup D) = 1 - P(\bar{M} \cap \bar{D}) = 1 - 0,12 = 0,88$ .
- $P_{\bar{M}}(\bar{D}) = \frac{P(\bar{M} \cap \bar{D})}{P(\bar{M})}$        $P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - 0,6 = 0,4$ .  

$$P_{\bar{M}}(\bar{D}) = \frac{0,12}{0,4} = 0,3$$

**Partie B**

On interroge un échantillon aléatoire de 100 personnes dans la population française.  
 On peut considérer que ce choix de 100 personnes correspond à des tirages indépendants avec remise.

- On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :  
 On interroge, au hasard, une personne de la population française âgée de plus de douze ans.  
 Succès  $S$  : « la personne interrogée a une connexion internet fixe à son domicile »  
 la probabilité de succès est :  $P(D) = 0,85$   
 Échec  $\bar{S}$  : « la personne interrogée n'a pas de connexion internet fixe à son domicile »  
 la probabilité de l'échec est :  $P(\bar{D}) = 1 - 0,85 = 0,15$ .  
 On effectue 100 épreuves indépendantes et on considère la variable aléatoire  $X$  égale au nombre de succès en 100 épreuves.  
**La loi de probabilité de  $X$  est la loi binomiale de paramètre  $n=100$  et  $p=0,85$ .**
- Pour tout entier naturel  $k$  compris entre 0 et 100 :  $P(X=k) = \binom{100}{k} 0,85^k \times 0,15^{100-k}$ .  
 En utilisant la calculatrice, on obtient :  $P(X \leq 75) = 0,006$ .  
 Parmi les 100 personnes interrogées, la probabilité qu'il y ait moins de 75 personnes ayant une connexion internet fixe au domicile est 0,006.

**Partie C**

1. La proportion de français ayant une connexion internet fixe au domicile est  $P(D)=0,85$  donc pour un échantillon de taille  $n=100$ .

$$n=100 \geq 30 \quad np=85 \geq 5 \quad n(1-p)=15 \geq 5$$

L'intervalle I de fluctuation asymptotique au seuil de 95% est :

$$I = \left[ p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right] = \left[ 0,85 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,85 \times 0,15}{100}}; 0,85 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,85 \times 0,15}{100}} \right]$$

$$1,96 \times \sqrt{\frac{0,85 \times 0,15}{100}} = 0,070 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

$$I = [0,85 - 0,07; 0,85 + 0,07] = \mathbf{[0,78; 0,92]}.$$

2. La proportion d'habitants du village âgés de plus de 12 ans, ayant une connexion internet fixe est :

$$\frac{76}{100} = 0,76.$$

0,76 n'appartient pas à I.

**On peut penser avec un risque d'erreur de 5 % que ce village à un équipement insuffisant pour la connexion internet à domicile.**