

Exercice 4
5 points

Une base nautique propose la location de différentes embarcations pour visiter les gorges du Verdon. Les touristes peuvent louer des kayaks, des pédalos ou des bateaux électriques, pour une durée de 1 heure ou 2 heures.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Une étude statistique met en évidence que :

- . 40 % des embarcations louées sont des pédalos ;
- . 35 % des embarcations louées sont des Kayaks ;
- . les autres embarcations louées sont des bateaux électriques ;
- . 60 % des pédalos sont loués pour une durée de 1 heure ;
- . 70 % des kayaks sont loués pour une durée de 2 heures ;
- . la moitié des bateaux électriques sont loués pour une durée de 1 heure.

On interroge au hasard un touriste qui vient pour louer une embarcation.

On note A, B, C, D et E les événements suivants :

- . A : « l'embarcation louée est un pédalo » ;
- . B : « l'embarcation louée est un kayak » ;
- . C : « l'embarcation louée est un bateau électrique » ;
- . D : « l'embarcation est louée pour une durée de 1 heure » ;
- . E : « l'embarcation est louée pour une durée de 2 heures ».

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité $P(A \cap E)$.
3. Montrer que la probabilité que l'embarcation soit louée pour une durée de 2 heures est égale à 0,39.
4. Sachant que l'embarcation a été louée pendant 2 heures, quelle est la probabilité que ce soit un bateau électrique ? Arrondir le résultat au centième.
5. La base nautique pratique les tarifs suivants :

	1 heure	2 heures
Pédalo	15 €	25 €
Kayak	10 €	16 €
Bateau électrique	35 €	60 €

En moyenne, 200 embarcations sont louées par jour. Déterminer la recette journalière que peut espérer la base nautique.

Partie B

Dans cette partie les résultats seront arrondis au millième.

Les bateaux électriques sont équipés d'une batterie d'une autonomie de 500 minutes

Les batteries des bateaux sont rechargées uniquement à la fin de chaque journée d'utilisation.

On note X la variable aléatoire correspondant à la durée du fonctionnement de la batterie, exprimée en minutes.

On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu=500$ et d'écart-type $\sigma=10$.

1. À l'aide de la calculatrice, calculer $P(490 < X < 520)$.
2. Chaque jour, les bateaux sont utilisés pendant une durée de 8 heures sans être rechargés.
Déterminer la probabilité que la batterie d'un bateau soit déchargée avant la fin de la journée.
3. Déterminer l'entier a tel que $P(X < a) = 0,01$ à 10^{-2} près
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

CORRECTION

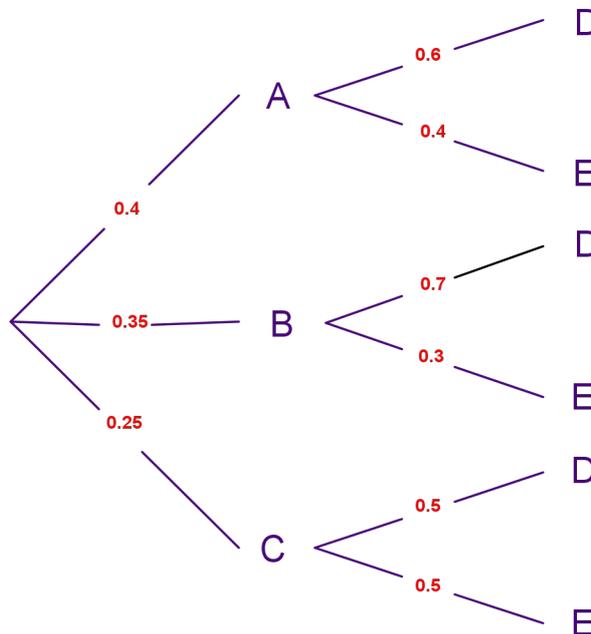
Partie A

1. 40 % des embarcations louées sont des pédalos, 35 % des embarcations louées sont des kayaks, les autres embarcations louées sont des bateaux électriques 100-40-35=25%).

Conséquences

$P(A)=0,4$; $P(B)=0,35$ et $P(C)=0,25$.

- 60 % des pédalos sont loués pour une durée de 1 heure et 40 % des pédalos sont loués pour une durée de 2 heures donc $P_A(D)=0,6$ et $P_A(E)=0,4$
- 70 % des kayaks sont loués pour une durée de 1 heure et 30 % des kayaks sont loués pour une durée de 2 heures donc $P_B(D)=0,7$ et $P_B(E)=0,3$.
- La moitié des bateaux électriques sont loués pour une durée de 1 heure et l'autre moitié pour une durée de 2 heures donc $P_C(D)=0,5$ et $P_C(E)=0,5$.
- On obtient l'arbre de probabilités suivant :



2. $P(A \cap E) = P(A) \times P_A(E) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$.

3. En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales, on obtient :

$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) + P(C \cap E)$

$P(B \cap E) = 0,35 \times 0,3 = 0,105$

$P(C \cap E) = 0,25 \times 0,5 = 0,125$

$P(E) = 0,16 + 0,105 + 0,125 = 0,39$.

4. On nous demande de calculer : $P_E(C)$

$P_E(C) = \frac{P(E \cap C)}{P(E)} = \frac{0,125}{0,39} = 0,32 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$

5. On détermine les probabilités des branches de l'arbre de probabilités non encore calculées.

$P(A \cap D) = 0,4 \times 0,6 = 0,24$

$P(B \cap D) = 0,35 \times 0,7 = 0,245$

$P(C \cap D) = 0,25 \times 0,5 = 0,125$

On donne tous les résultats sous la forme d'un tableau.

	1 heure	2 heures
Pédalo	0.24	0.16
Kayak	0.245	0.105
Bateau électrique	0.125	0.125

En moyenne 200 embarcations sont loués par jour.

Pédalos pour une durée de 1 heure : $200 \times 0,24 = 48$ prix de location : $48 \times 15 = 720$ €

Pédalos pour une durée de 2 heures : $200 \times 0,16 = 32$ prix de location : $32 \times 25 = 800$ €

Kayaks pour une durée de 1 heure : $200 \times 0,245 = 49$ prix de location : $49 \times 10 = 490$ €

Kayaks pour une durée de 2 heures : $200 \times 0,105 = 21$ prix de location : $21 \times 16 = 336$ €

Bateaux électriques pour une durée de 1 heure : $200 \times 0,125 = 25$ prix de location : $25 \times 35 = 875$ €

Bateaux électriques pour une durée de 2 heures : $200 \times 0,125 = 25$ prix de location : $25 \times 60 = 1500$ €

La recette journalière que peut espérer la base nautique est :

$$720 + 800 + 490 + 336 + 875 + 1500 = \mathbf{4721 \text{ €}}$$

Partie B

X est une variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. En utilisant la calculatrice, on obtient :

$$P(490 < X < 520) = \mathbf{0,819 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}}$$

2. 8 heures = 480 minutes

La probabilité que la batterie du bateau soit déchargée avant la fin de la journée est : $P(X < 480)$.

En utilisant la calculatrice on obtient : $P(X < 480) = \mathbf{0,023 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}}$

3. En utilisant la calculatrice, on détermine le nombre x tel que $P(X < x) = 0,01$ on obtient $x = 476,737$.

On choisit $a = 477$ et on vérifie $P(X < 477) = 0,0107$.

Il y a une probabilité de 0,01 pour que la batterie soit déchargée avant 477 minutes.