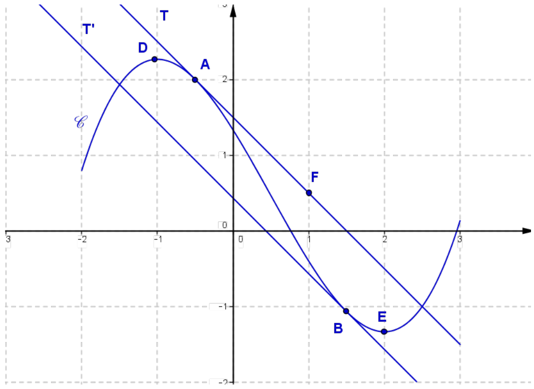
Exercice 1 4 points

On donne ci-dessous la courbe réprésentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie est dérivable sur l'intervalle [-2;3].
On note f' la fonction dérivée de cette fonction sur l'intervalle [-2;3].



On dispose des renseignements suivants :

. T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A(-0,5;2), elle passe par le point F(1;0,5).

. T' est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse $\frac{3}{2}$.

. Les droites T et T' sont parallèles.

. Les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points d'abscisse -1 et E d'abscisse 2 sont parallèles à l'axe des abscisses.

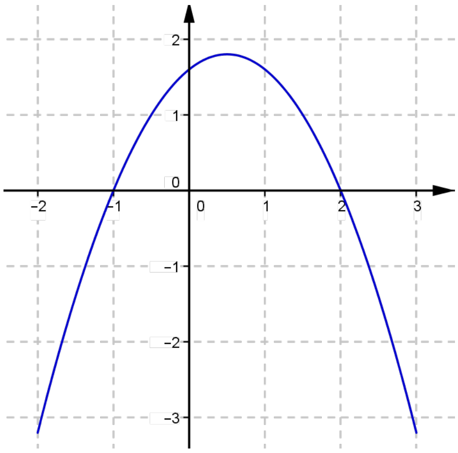
Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée.

Affirmation 1

Les nombres $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $f'\left(\frac{3}{2}\right)$ sont tous deux égaux à -1.

Affirmation 2

La courbe ci-dessous représente la fonction f' sur [-2;3].



Affirmation 3

La fonction f est concave sur l'intervalle [-2;3].

Affirmation 4

Sur [-2;0], toute primitive de f est croissante.

CORRECTION

Affirmation 1 $\boxed{\text{VRAIE}}$

Justification

A(-0,5;2) F(1;0,5)

Le coefficient directeur de la droite (AT) est $m=\dfrac{y_F-y_A}{x_F-x_A}=\dfrac{0{,}5-2}{1-(-0{,}5)}=\dfrac{-1{,}5}{1{,}5}=-1$

(AF) est la tangente à $\mathscr{C}$ au point A donc $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)=m-1$

$B\left(\dfrac{3}{2};f\left(\dfrac{3}{2}\right)\right)$

La tangente à $\mathscr{C}$ au point B est parallèle à (AF), son coefficient directeur est : $f'\left(\dfrac{3}{2}\right)=m=-1$.

Affirmation 2 $\boxed{\text{FAUSSE}}$

Justification

La fonction, dont la courbe représentative est tracée sur le graphique, est négative sur [-2;-1[et sur]2;3] et positive sur]-1;2[.

Or f est croissante sur[-2 ;-1[et sur]2;3] et décroissante sur]-1;2[donc **on n'a pas la représentation graphique de f' .**

Affirmation 3 $\boxed{\text{FAUSSE}}$

Justification

Toute la courbe $\mathscr{C}$ n'est pas entièrement dessous T ou T' .

Affirmation 4 $\boxed{\text{VRAIE}}$

Justification

Soit F une primitive de f sur [-2;0].

Pour tout nombre réel x de l'intervalle [+2;0] $F'(x)=f(x)$.

Or la courbe $\mathscr{C}$ est au dessus de l'axe des abscisses [-2;0] donc $f(x) > 0$.

Conséquence

F est croissante sur [-2;0].