

Exercice 1

4 points

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

1. La solution exacte de l'équation $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{3}{10}$ est :

- a. 1,74 b. $\frac{\ln(10) - \ln(3)}{\ln(2)}$ c. $-\frac{\ln(3)}{\ln(5)}$ d. 0,5

2. f est la fonction définie pour tout nombre réel par : $f(x) = 2xe^{x^2}$

La valeur exacte de l'intégrale $\int_{-2}^2 f(x) dx$ est :

- a. $4e^4 - 4e^{-4}$ b. $4(e^4 + e^{-4})$ c. 0 d. 1

3. f est la fonction définie pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = (2x+3)\ln(x)$.

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0; +\infty[$ on a :

- a. $f'(x) = \frac{2x+3}{x}$ b. $f'(x) = \frac{2}{x}$ c. $f'(x) = 2\ln(x) + \frac{3}{x} + 2$ d. $f'(x) = 2\ln(x) + \frac{3}{x}$

4. Une grandeur a été augmentée de 5 % la première année, puis de 7 % la deuxième année.

Sur ces deux années, le pourcentage global d'augmentation est égal à :

- a. 12 % b. 35 % c. 0,35 % d. 12,35 %

CORRECTION

1. **Réponse : b** $\frac{\ln(10)-\ln(3)}{\ln(2)}$

Justification non demandée

Si a et b sont des nombres réels strictement positifs alors : $a = b \Leftrightarrow \ln(a) = \ln(b)$.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{3}{10} \Leftrightarrow \ln\left[\left(\frac{1}{2}\right)^x\right] = \ln\left(\frac{3}{10}\right) \Leftrightarrow x \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(3) - \ln(10) \Leftrightarrow -\ln(2)x = \ln(3) - \ln(10)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln(3) - \ln(10)}{-\ln(2)} = \frac{\ln(10) - \ln(3)}{\ln(2)}$$

2. **Réponse : c** 0

justification non demandée

$f(x) = 2xe^{x^2}$ si on note $u(x) = x^2$ alors $u'(x) = 2x$ et $f(x) = u'(x)e^{u(x)}$ donc la fonction F définie pour tout nombre réel x $F(x) = e^{x^2}$ est une primitive de f.

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = F(2) - F(-2) = e^4 - e^4 = 0.$$

3. **Réponse : c** $f'(x) = 2 \ln(x) + \frac{3}{x} + 2$

Justification non demandée

$$u(x) = 2x + 3 \quad u'(x) = 2 \quad v(x) = \ln(x) \quad v'(x) = \frac{1}{x}.$$

On dérive un produit :

$$f'(x) = 2 \times \ln(x) + (2x + 3) \times \frac{1}{x} = 2 \ln(x) + \frac{2x + 3}{x} = 2 \ln(x) + \frac{2x}{x} + \frac{3}{x} = 2 \ln(x) + \frac{3}{x} + 2$$

4. **Réponse : d** 12,35 %

Justification non demandée

La première année la grandeur a été augmentée de 5 % donc le coefficient multiplicateur est : 1,05.

La deuxième année la grandeur a été augmentée de 7 % donc le coefficient multiplicateur est : 1,07.

Sur les deux années le coefficient multiplicateur est égal à : $1,05 \times 1,07 = 1,1235$.

Donc la grandeur a été augmentée de 12,35 %.