Exercice 2 5 points

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

D'après le « bilan des examens du permis de conduire » pour l'année 2014 publiée par le Ministère de l'Intérieur en novembre 2015, 20 % des personnes qui se sont présentées à l'épreuve pratique du permis de conduire avaient suivi la filière de l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC). Parmi ces candidats, 75 % ont été reçus à l'examen. Pour les candidats n'ayant pas suivi la filière AAC, le taux de réussite à l'examen étaient seulement 56,6 %.
On choisit au hasard l'un des candidats à l'épreuve pratique du permis de conduire en 2014.
On considère les événements suivants :
. A « le candidat a suivi la filière AAC » ;
. R « le candidat a été reçu à l'examen ».
On rappelle que si E et F sont deux événements, la probabilité de l'événement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus $\bar{E}$ désigne l'événement contraire de E.

1.a. Donner les probabilités $P(A)$, $P_A(R)$ et $P_{\bar{A}}(R)$.
1.b. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2.a. Calculer la probabilité $P(A\cap R)$.
2.b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.
3. Justifier que $P(R)=0,6028$.
4. Sachant que le candidat a été reçu à l'examen, calculer la probabilité qu'il ait suivi la filière AAC.
On donnera une valeur approchée à 10^{-4} près de cette probabilité.

Partie B

Un responsable d'auto école affirme que pour l'année 2016, la probabilité d'être reçu à l'examen est égale à 0,62.
Ayant des doutes sur cette affirmation, une association d'automobilistes décide d'interroger 400 candidats à l'examen parmi ceux de 2016. Il s'avère que 220 d'entre eux ont effectivement obtenu le permis de conduire.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de candidats reçus dans un échantillon aléatoire de 400 candidats.
2. Peut-on émettre des doutes sur l'affirmation du responsable de cette auto-école ?
Justifier votre réponse ?

Partie C

Selon une enquête menée en 2013 par l'association « Prévention routière », le coût moyen d'obtention du permis de conduire atteignait 1500 €. On décide de modéliser le coût d'obtention du permis de conduire par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu=1500$ et d'écart-type $\sigma=410$.

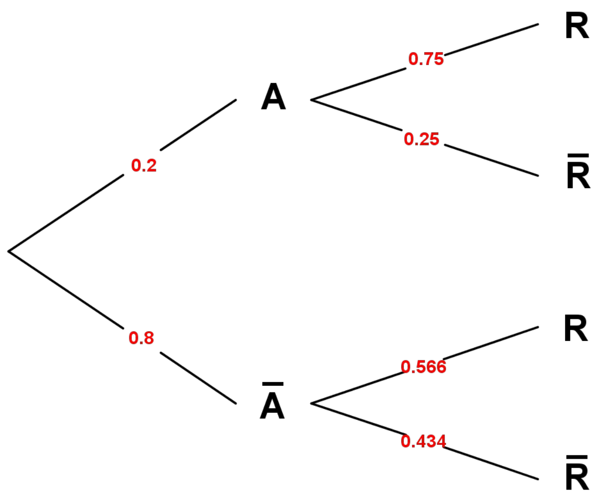
1. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de la probabilité que le coût du permis de conduire soit compris 1090 € et 1920 €.
2. Déterminer $P(X\leqslant 1155)$.
On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.
3.a. Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel a arrondi à l'unité, vérifiant $P(X\geqslant a)=0,2$
3.b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

CORRECTION

Partie A

1.a. 20 % des personnes qui se sont présentées à l'épreuve pratique du permis de conduire avaient suivi la filière ce l'apprentissage anticipé de la conduite, donc **P(A) = 0,2.**
Parmi ces candidats, 75 % ont été reçus à l'examen, donc $P_A(R)=0{,}75$.
Pour les candidats n'ayant pas suivi la filière AAC, le taux de réussite à l'examen était seulement de 56,6 % donc $P_{\bar{A}}(R)=0{,}566$.

1.b. $P(\bar{A})=1-P(A)=1-0{,}2=0{,}8$
$P_A(\bar{R})=1-P_A(R)=1-0{,}75=0{,}25$
$P_{\bar{A}}(\bar{R})=1-P_{\bar{A}}(P)=1-0{,}566=0{,}434$
On obtient l'arbre pondéré :



2.a. $P(A\cap R)=P(A)\times P_A(R)=0{,}2\times 0{,}75=$ **0,15.**

2.b. **15 % des candidats à l'épreuve pratique du permis de conduire pour l'année 2014 sont des candidats ayant suivi la filière AAC et ayant été reçu à l'examen.**

3. En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales :
$P(R)=P(R\cap A)+P(R\cap\bar{A})=0{,}15+P(\bar{A})\times P_{\bar{A}}(R)=0{,}15+0{,}8\times 0{,}566=0{,}15+0{,}4528=$ **0,6028.**

4. On nous demande de calculer $P_R(A)$
$P_R(A)=\dfrac{P(R\cap A)}{P(R)}=\dfrac{0{,}15}{0{,}6028}=$ **0,2488 à** 10^{-4} **près.**

Partie B

1. La taille de l'échantillon est $n=400$.
Le responsable d'auto-école affirme que la probabilité qu'un de ses candidats est reçu à l'examen est 0,62.
$n=400$ et $np=0{,}62\times 400=248\geqslant 5$ et $(1-p)\times n=0{,}38\times 400=152\geqslant 5$.
On détermine un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

$$I=\left[p-1{,}96\times\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}};p+1{,}96\times\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]=\left[0{,}62-1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}62\times 0{,}38}{400}};0{,}62-1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}62\times 0{,}38}{400}}\right]$$

$1{,}96\times\sqrt{\dfrac{0{,}62\times 0{,}38}{400}}=0{,}0476$ à 10^{-4} près.

I=[0,62-0,0476;0,62+0,0476]=[0,5724;0,6676]

2. La fréquence observée dans l'échantillon de 400 candidats est : $f=\frac{220}{400}=\frac{11}{20}=0{,}55$.

0,55 n'appartient pas à I donc on peut émettre des doutes sur l'affirmation du responsable avec un risque d'erreur de 5 %.

Partie C

1. X est une variable aléatoire suivante la loi normale d'espérance $\mu=1500$ et d'écart-type $\sigma=410$.
En utilisant la calculatrice, on obtient : $P(1090\leqslant X\leqslant 1910)$ = **0,68 à 10^{-2} près.**
<u>Remarque</u>
En utilisant le cours : $P(\mu-\sigma\leqslant X\leqslant \mu+\sigma)=0{,}68$
Pour l'exemple :
$P(1500-410\leqslant X\leqslant 1500+410)=P(1090\leqslant X\leqslant 1910)$ = **0,68 à 10^{-2} près**

2. En utilisant la calculatrice, on obtient : $P(X\leqslant 1155)$ = **0,19 à 10^{-2} près.**

3.a. En utilisant la calculatrice, on détermine α tel que $P(X\geqslant\alpha)=0{,}2$, on obtient : $\alpha=1845{,}064$.
En arrondissant à l'unité **a = 1845 .**

3.b. **En 2013, le coût d'obtention du permis de conduire était supérieur à 1845 € pour 20 % des candidats.**