

**Exercice 3 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points**

En 2015, les forêts couvraient environ 1 000 millions d'hectares sur terre. On estime que chaque année, cette surface diminue de 0,4 %. Cette perte est en partie compensée par le reboisement naturel ou volontaire, qui est estimé à 7,2 millions d'hectares par an.

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 4000$  et pour tout entier naturel  $n$  :  $u_{n+1} = 0,996 \times u_n + 7,2$ .

1. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  permet d'obtenir une estimation de la surface mondiale de forêt en millions d'hectares l'année 2015+n.
2. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule et affiche la première année pour laquelle la surface totale de forêt couvre moins de 3500 millions d'hectares sur terre.

**Variables :**            N est un entier naturel  
                               U est un nombre réel

**Traitement :**        N prend la valeur 0

**Sortie :**                Afficher N

3. On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = u_n - 1800$ .
  - 3.a. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique puis préciser son premier terme et sa raison.
  - 3.b. En déduire que pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_n = 2200 \times 0,996^n + 1800$ .
  - 3.c. Selon ce modèle et si le phénomène perdure, la surface des forêts sur terre va-t-elle finir par disparaître ? Justifier la réponse.
4. Une étude montre que, pour compenser le nombre d'arbres détruits ces dix dernières années, il faudrait planter 140 milliards d'arbres en 10 ans.  
 En 2016 on estime que le nombre d'arbres plantés par l'Organisation des Nations Unies (ONU) est de 7,3 milliards.  
 On suppose que le nombre d'arbres plantés par l'ONU augmente chaque années de 10 %.  
 L'ONU peut-elle réussir à replanter 140 milliards d'arbres de 2016 à 2025 ?  
 Justifier la réponse.

## CORRECTION

1.  $u_0 = 4000$  or en 2015, les forêts couvraient environ 4000 millions d'hectares sur terre.

Si  $u_n$  est une estimation de la surface mondiale en forêt, en millions d'hectares pour l'année 2015+n alors pour l'année 2015+n+1 cette surface diminue de 0,4 % et le reboisement est estimé à 7,3 millions d'hectares

$$\text{donc } u_{n+1} = u_n - \frac{0,4}{100} u_n + 7,2 = \frac{100-0,4}{100} u_n + 7,2 = 0,996 u_n + 7,2$$

2.

**Variables :** N est un entier naturel

U est un nombre réel

**Traitement :** N prend la valeur 0

**U prend la valeur 4000**

**Tant que U  $\geq$  3500, faire**

**U prend la valeur 0,996U+7,2**

**N prend la valeur N+1.**

**Fin Tant que**

**Sortie :** Afficher N

3. Pour tout entier naturel n,  $v_n = u_n - 1800$  donc  $u_n = v_n + 1800$ .

3.a. Pour tout entier naturel n

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 1800 = 0,996 u_n + 7,2 - 1800 = 0,996 (v_n + 1800) - 1792,8 = 0,996 v_n + 1792,8 - 1792,8$$

$$v_{n+1} = 0,996 v_n$$

$(v_n)$  est la suite géométrique de raison  $q=0,996$  et de premier terme  $v_0 = 4000 - 1800 = 2200$ .

3.b. Pour tout entier naturel n

$$v_n = v_0 \times q^n = 2200 \times 0,996^n \quad \text{donc} \quad u_n = v_n + 1800 = 2200 \times 0,996^n + 1800$$

3.c.  $0 < 0,996 < 1$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,996^n = 0$

$$\text{et } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1800.$$

À très long terme, la surface des forêts sur la terre sera voisine de 1800 millions d'hectares donc **la surface des forêts ne va pas finir par disparaître.**

4. Pour tout entier naturel n,  $w_n$  est le nombre ( en milliards) d'arbres plantés par l'ONU l'année 2016+n.

$$w_0 = 7,3.$$

Pour tout entier naturel n :

$w_{n+1}$  est le nombre d'arbres plantés en 2016+(n+1), or le nombre d'arbres plantés augmente de 10 %

tous les ans donc  $w_{n+1} = w_n + \frac{10}{100} w_n = (1+0,1) w_n = 1,1 w_n$ .

$(w_n)$  est la suite géométrique de raison  $q=1,1$  et de premier terme  $w_0 = 7,3$ .

Le nombre d'arbres plantés pendant les 10 années de 2016 à 2025 est :

$$S_9 = w_0 + w_1 + \dots + w_9 = w_0 (1 + q + q^2 + \dots + q^9) = w_0 \left( \frac{q^{10} - 1}{q - 1} \right) = 7,3 \times \left( \frac{1,1^{10} - 1}{0,1} \right) = 116,3 \text{ à } 10^{-1} \text{ près.}$$

$$S_9 = 116,3 < 140$$

### Conclusion

**L'ONU ne réussira pas à replanter 140 milliards d'arbres de 2016 à 2025.**