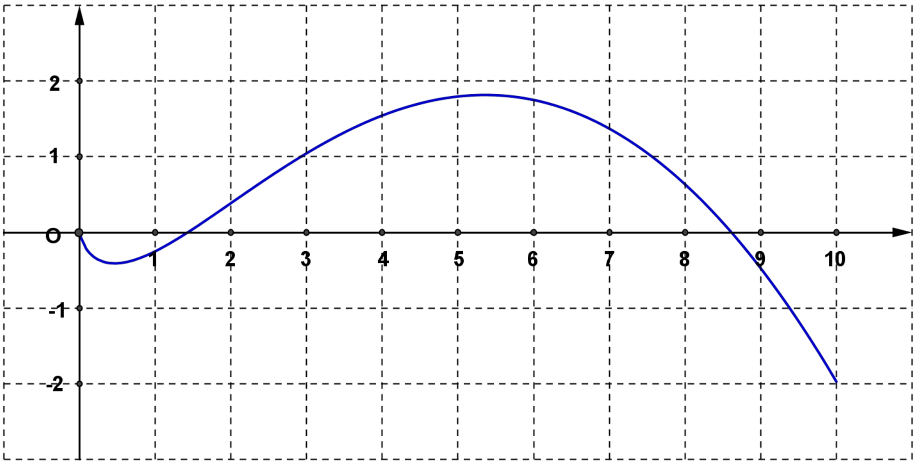
Exercice 1 4 points

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées , une seule des trois réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'abscence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0;10]$ dont la courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère d'origine O.



On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

1. Le nombre de solutions sur l'intervalle]0;10] de l'équation $f'(x)=0$ est égal à :

a. 1 **b.** 2 **c.** 3

2. Le nombre réel $f'(7)$ est :

a. nul **b.** strictement positif **c.** strictement négatif

3. La fonction f' est :

a. croissante sur $]0;7]$ **b.** croissante sur [4;7] **c.** décroissante sur [4;7]

4. On admet que pour tout x de l'intervalle]0;10] on a : $f'(x)=\ln(x)-\frac{x}{2}+1$

La courbe $\mathscr{C}_f$ admet sur cet intervalle un point d'inflexion :

a. d'abscisse 2,1 **b.** d'abscisse 0,9 **c.** d'abscisse 2

CORRECTION

1. $\boxed{\textbf{Réponse : b}}$ **2**

Justifications non demandées

$f'(x)=0$ si et seulement si la courbe représentative de f admet une tangente horizontale au point d'abscisse x.
Graphiquement on détermine deux points de la courbe admettant une tangente horizontale.
On obtient pour valeurs approchées des abscisses de ces points : 0,5 et 5,5.

2. $\boxed{\textbf{Réponse : c}}$ **strictement négatif**

Justifications non demandées

$f'(7)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 7.
Graphiquement on remarque que ce coefficient directeur est négatif.

3. $\boxed{\textbf{Réponse : c}}$ **décroissante sur [4;7]**

Justifications non demandées

1ère méthode : En utilisant les variations de f

f est décroissante sur [0;a] (a=0,5 à 0,1 près) puis f est croissante sur [a;b] (b=5,5 à 0,1 près) puis f est décroissante sur [b;10].

Conséquence

f' est négative sur [0;a] puis positive sur [a;b] puis négative sur [b;10]

$f'(2)>0$ et $f'(7)<0$ donc f' n'est pas croissante sur [0;10] et la réponse a est fausse

$f'(5)>0$ et $f'(7)<0$ donc f' n'est pas croissante sur [4;7] et la réponse b est fausse.

L'une des trois réponses est vraie donc la réponse c est vraie.

2ème Méthode : En utilisant la convexité

La fonction f' est croissante sur un intervalle si et seulement si f est convexe sur cet intervalle c'est à dire si la courbe est au dessus de toutes ses tangentes sur l'intervalle considéré.

La fonction f' est décroissante sur un intervalle si et seulement si f est concave sur cet intervalle c'est à dire si la courbe est en dessous de toutes ses tangentes sur l'intervalle considéré.

Graphiquement, on remarque que la courbe est concave sur[4;7] donc la réponse c est vraie.

4. $\boxed{\textbf{Réponse : c}}$ **d'abscisse 2**

Justifications non demandées

f est deux fois dérivable sur]0;10].

Si $A(x_0;y_0)$ est un point d'inflexion de la courbe représentative de f alors $f''(x_0)=0$.

Pour tout nombre réel x de l'intervalle]0;10]

$f'(x)=\ln(x)-\frac{x}{2}+1$ donc $f''(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}=\frac{2-x}{x}$

$f''(x)=0$ si et seulement si $x=2$ donc la réponse c est vraie.