Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points

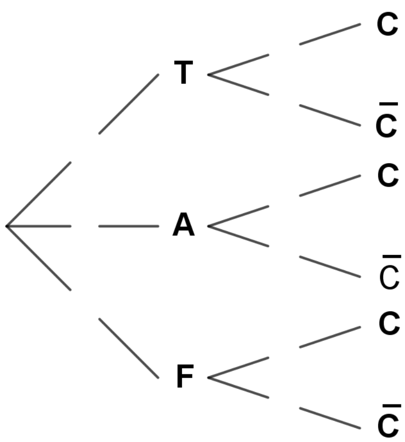
Dans cet exercice les résultats seront arrondis au centième si nécessaire.
Les partis A et B sont indépendantes.

Partie A

Victor a téléchargé un jeu sur son téléphone. Le but de ce jeu est d'affronter des obstacles à l'aide de personnages qui peuvent être de trois types : « Terre », « Air » ou « Feu » .
Au début de chaque partie, Victor obtient de façon aléatoire un personnage d'un des trois types et peut en cours de partie, conserver ce personnage ou changer une seule fois de type de personnage.
Le jeu a été programmé de telle sorte que :
- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Terre » est 0,3 ;
- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Air » est 0,5 ;
- si la partie débute avec un personnage de type « Terre », la probabilité que celui-ci soit conservé est 0,5 ;
- si la partie débute avec un personnage de type « Air », la probabilité que celui-ci soit conservé est 0,4 ;
- si la partie débute avec un personnage de type « Feu », la probabilité que celui-ci soit conservé est 0,9.

On note les événements suivants :
- T : la partie débute avec un personnage de type « Terre » ;
- A : la partie débute avec un personnage de type « Air » ;
- F : la partie débute avec un personnage de type « Feu » ;
- C : Victor conserve le même personnage tout au long de la partie.

1. recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Calculer la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type « Air ».
3. Justifier que la probabilité que Victor conserve le personnage obtenu au début de partie est 0,53.
4. On considère une partie au cours de laquelle Victor a conservé le personnage obtenu en début de partie. Quelle est la probabilité que ce soit un personnage de type « Air » ?

Partie B

On considère 10 parties jouées par Victor, prises indépendamment les unes des autres. On rappelle que la probabilité que Victor obtienne un personnage de type « Terre » est 0,3.
Y est la variable aléatoire qui compte le nombre de personnage de type « Terre » obtenu en début de ses 10 parties.
1. Justifier que cette situation peut être modélisée par une loi binomiale dont on précisera les paramètres
2. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu exactement 3 personnages de type « Terre » au début de ses 10 parties.
3. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu au moins une fois un personnage de type « Terre » au début de ses 10 parties.

CORRECTION

1. La probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Terre » est 0,3
donc P(T)= **0,3.**

. La probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Air » est 0,5
donc P(A)= **0,5.**

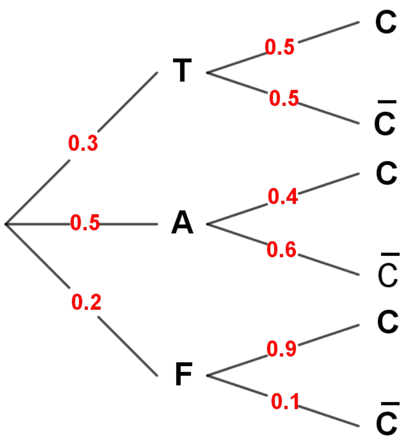
. T, A et F forment une partition de l'univers donc P(T)+P(A)+P(F)= 1
et P(F)=1-P(T)-P(A)=1-0,3-0,5= **0,2.**

. si la partie débute avec un personnage de type « Terre », la probabilité que celle-ci soit conservé est 0,5
donc $P_T(C) = $ **0,5** et $P_T(\bar{C})=1-P_T(C) = $ **0,5.**

. si la partie débute avec un personnage de type « Air », la probabilité que celle-ci soit conservé est 0,4
donc $P_A(C) = $ **0,4** et $P_A(\bar{C}) = 1-P_A(C) = $ 1-0,4= **0,6.**

. si la partie débute avec un personnage du type « Feu », la probabilité que celle-ci soit conservé est 0,9
donc $P_F(C) = $ **0,9** et $P_F(\bar{C})=1-P_F(C)=1-0,9 = $ **0,1.**

. On complète l'arbre de probabilités :



2. On nous demande de calculer $P(A \cap C)$
$P(A \cap C)=P(A)\times P_A(C)=0,4\times 0,4 = $ **0,2.**

3. En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales :
$P(C)=P(F\cap C)+P(A\cap C)+P(F\cap C) = P(T)\times P_T(C)+P(A)\times P_A(C)+P(F)\times P_F(C)$
$P(C)=0,3+0,5+0,5\times 0,4+0,2\times 0,9=0,15+0,2+0,18 = $ **0,53.**

4. On nous demande de calculer $P_C(A)$
$P_C(A)=\dfrac{P(A\cap C)}{P(C)}=\dfrac{0,2}{0,53}=\dfrac{20}{53} = $ **0,38** à 10^{-2} près.

Partie B

1. On considère l'épreuve de Bernouilli suivante :
Victor choisit une partie au hasard
Succès S : la partie débute par un personnage de type « Terre », la probabilité de succès est p=0,3.
Échec $\bar{S}$: la partie débute pas ar un personnage de type « Terre », la probabilité de l'échec est q=1-p=1-0,3=0,7.
Victor effectue 10 parties indépendantes donc la variable aléatoire Y égale au nombre de succès en 10 épreuves est **la loi binomiale de paramètres n=10 et p=0,3.**

2. La probabilité que Victor ait obtenu exactement 3 personnages de type « Terre » (au début de partie) est égale à :

$P(Y=3)=\binom{10}{3}\ 0{,}3^3 0{,}7^7=$ **0,27** à 10^{-2} près

3. Soit E l'événement : Victor a obtenu au moins une fois un personnage de type « terre » au début de ses 10 parties.
$\bar{E}$: Victor a obtenu 10 fois un personnage de type différent de « Terre » au début de ses 10 parties.
$P(\bar{E})=P(Y=10)=0{,}7^{10}=0{,}03$ à 10^{-2} près
$P(E)=P(1\leqslant Y)=1-P(\bar{E})=$ **0,97** à 10^{-2} près.