

Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième si nécessaire.

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de surréservation afin d'abaisser les coûts.

Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou le site Internet de la compagnie.

Partie A

Une étude réalisée par la compagnie a établi que, sur cette ligne, pour une réservation en agence, 5 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement alors que, pour une réservation par Internet, 2% des clients ne se présentent à l'embarquement.

Les réservations en agence représentent 30 % de l'ensemble des réservations.

Pour un embarquement donné et une réservation prise au hasard, on considère les événements suivants :

- . A : « la réservation a été faite en agence » ;
- . I : « la réservation a été faite par Internet » ;
- . E : « le passager se présente à l'embarquement ».

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2. Démontrer que la probabilité qu'un client ne se présente pas à l'embarquement est de 0,029.
3. Calculer la probabilité que la réservation ait été faite en agence sachant que le client ne s'est pas présenté à l'embarquement.

Partie B

Sur cette ligne, la compagnie affrète un appareil de 200 places et a vendu 202 réservations.

On suppose que le nombre de clients se présentant à l'embarquement peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n=202$ et $p=0,971$.

1. Calculer la probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement.
2. Calculer la probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présentent pas à l'embarquement.
3. En déduire la probabilité que la compagnie se trouve en situation de surréservation (c'est à dire avec plus de clients qui se présentent à l'embarquement que de places).

Partie C

Cette compagnie affirme que 98 % de ses clients sont satisfaits.

Sur les 400 réponses à une enquête de satisfaction, il y a 383 réponses exprimant leur satisfaction.

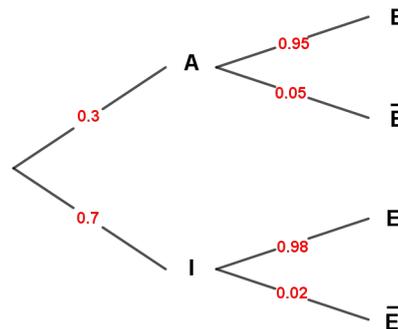
Ce résultat contredit-il l'affirmation de la compagnie ?

CORRECTION

Partie A

1. L'énoncé précise :

- Les réservations en agence représentent 30 % de l'ensemble des réservations, donc :
 $P(A)=0,3$ et $P(I)=P(\bar{A})=1-P(A)=1-0,3=0,7$
- Pour une réservation en agence 5 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement, donc :
 $P_A(\bar{E})=0,05$ et $P_A(E)=1-P_A(\bar{E})=1-0,05=0,95$
- Pour une réservation par internet 2 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement, donc :
 $P_I(\bar{E})=0,02$ et $P_I(E)=1-P_I(\bar{E})=1-0,02=0,98$
- On obtient l'arbre pondéré suivant :



2. En utilisant l'arbre pondéré ou en utilisant la formule des probabilités totales :

$$P(\bar{E})=P(A \cap \bar{E})+P(I \cap \bar{E})=P(A) \times P_A(\bar{E})+P(I) \times P_I(\bar{E})=0,3 \times 0,05+0,7 \times 0,02 = 0,015+0,014 = \mathbf{0,029}.$$

3. On nous demande de calculer $P_{\bar{E}}(A)$

$$P_{\bar{E}}(A)=\frac{P(A \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{0,015}{0,029} = \frac{15}{29} = \mathbf{0,517} \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

Partie B

X suit la loi binomiale de paramètres $n=202$ et $p=0,971$

1. $P(X=202) = \binom{202}{202} 0,971^{202} \times 0,029^0 = 0,971^{202} = \mathbf{0,003}$ à 10^{-3} près.

2. $P(X=201) = \binom{202}{201} 0,971^{201} \times 0,029^1 = 202 \times 0,971^{201} \times 0,029 = \mathbf{0,016}$ à 10^{-3} près.

3. La probabilité que la compagnie se trouve en situation de surréservation est :

$P(X=202)+P(X=201) = \mathbf{0,018}$ à 10^{-3} près. (En effectuant de nouveau le calcul avec la calculatrice et en arrondissant après le calcul de la somme).

Partie C

On étudie la fluctuation de la proportion de clients satisfaits dans des échantillons de taille 400.
 La proportion affirmée par la compagnie est : 0,98.

$n=400 \geq 30$ $np=400 \times 0,98=392 \geq 5$ $n(1-p)=400 \times 0,02=8 \geq 5$
 On détermine l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

$$I = \left[0,98 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,98 \times 0,02}{400}}; 0,98 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,98 \times 0,02}{400}} \right]$$

$$1,96 \times \sqrt{\frac{0,98 \times 0,02}{400}} = 0,01372.$$

$$0,98 - 0,01372 = 0,96628 = 0,966 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

$$0,98 + 0,01372 = 0,99372 = 0,994 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

$$I = [0,966; 0,994]$$

La fréquence observée pour l'enquête : $f = \frac{383}{400} = 0,9575$

f n'appartient pas à I donc ce résultat contredit l'affirmation de la compagnie.