Exercice 2 5 points

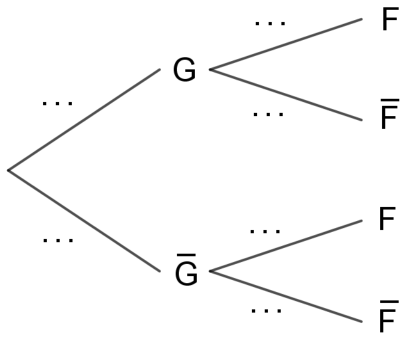
Les parties A, B et C sont indépendantes.
Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis, si besoin , au millième.

Partie A

Une étude réalisée dans des écoles en France indique que 12,9 % des élèves sont gauchers.
Parmi ces gauchers, on trouve 40 % de filles.
On choisit au hasard un élève et on considère les événements suivants :
. G : « l'élève est gaucher » ;
. F : « l'élève est une fille ».

Pour tout évènement A, on note $P(A)$ *sa probabilité et* $\bar{A}$ *son événement contraire ; De plus, si B est un évènement de probabilité non nulle, on note* $P_B(A)$ *la probabilité de A sachant B.*

1. Recopier l'arbre pondéré ci-dessous et traduire sur cet arbre les données de l'exercice.



2. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille gauchère ?

3. Dans ces écoles, il y a 51 % de filles.
Montrer que $P(\bar{G} \cap F) = 0{,}4584$

4. Sachant que l'on est en présence d'une élève fille, quelle est la probabilité qu'elle soit droitière ?

Partie B

En France, la proportion de gauchers est de 13 %.
Un club d'escrime compte 230 adhérents dont 110 gauchers.

1. Quelle est la fréquence de gauchers observée dans le club d'escrime ?

2. À L'aide d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95 %, déterminer si le club d'escrime est représentatif de la population française.

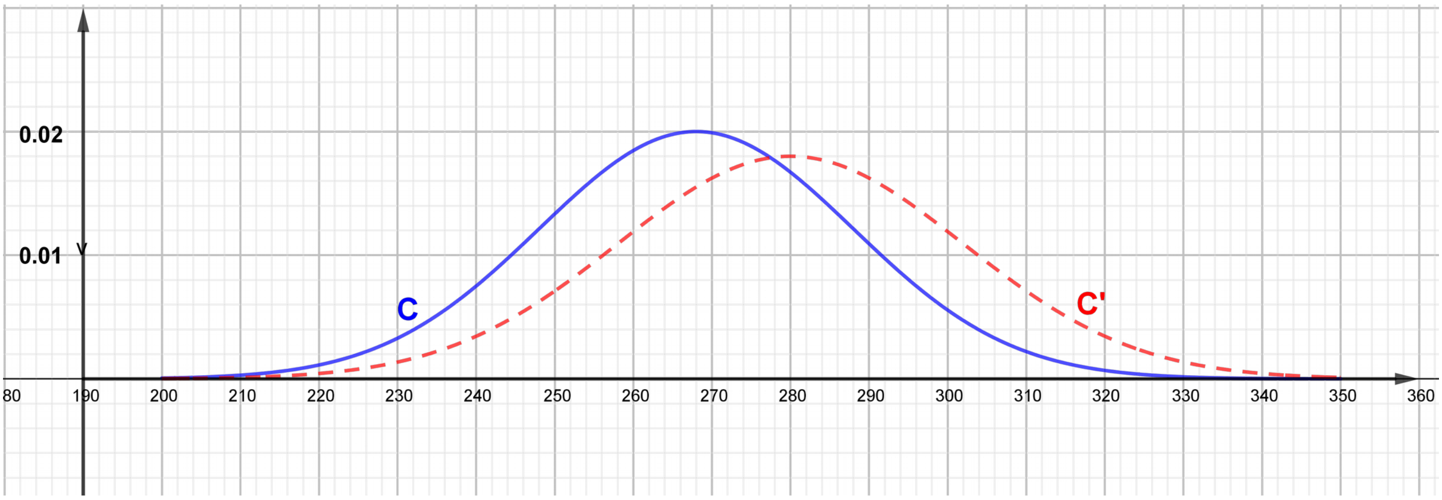
Partie C

Le temps de réaction en milliseconde chez les escrimeurs gauchers est modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu_1 = 268$ et d'écart-type $\sigma_1 = 20$.
Le temps de réaction en milliseconde chez les escrimeurs droitiers est modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance $\mu_2 = 280$ et d'écart-type $\sigma_2 = 22$.

1.a. Déterminer $P(X \leqslant 300)$ et $P(Y \leqslant 300)$

1.b. Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.

2. Sur le graphique ci-dessous, les courbes C et C' représentent les fonctions de densité des variables aléatoires X et Y.
Indiquer, pour chaque variable aléatoire X et Y, la courbe correspondante.
Justifier.



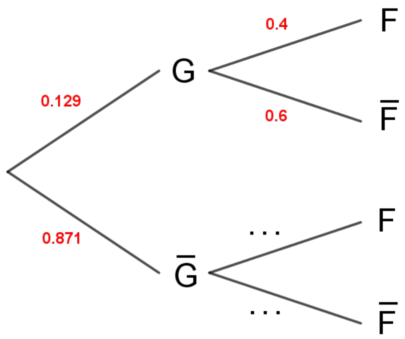
CORRECTION

Partie A

1. L'énoncé précise :

. 12,9 % des élèves sont gauchers donc
$P(G)=0{,}129$ et $P(\bar{G})=1-P(G)=1-0{,}129=0{,}871$

. Parmi les gauchers on trouve 40 % de filles donc
$P_G(F)=0{,}4$ et $P_G(\bar{F})=1-P_G(F)=1-0{,}4=0{,}6$



2. On vous demande de calculer $P(G\cap F)$
$P(G\cap F)=P(G)\times P_G(F)=0{,}129\times 0{,}4$ = **0,0516.**

3. Dans ces écoles, il y a 51 % de filles donc $P(F)=0{,}51$.
En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales.
$P(F)=P(G\cap F)+P(\bar{G}\cap F)$
donc $P(\bar{G}\cap F)=P(F)-P(G\cap F)=0{,}51-0{,}0516$ = **0,4584.**

4. On nous demande de calculer $P_F(\bar{G})$.
$P_F(\bar{G})=\frac{P(F\cap\bar{G})}{P(F)}=\frac{0{,}4584}{0{,}51}$ = **0.899** à 10^{-3} près.

Partie B

1. $f=\frac{110}{230}$ = **0,478.**

2. $p=0{,}13$ $\quad n=230\geqslant 30$ $\quad np=0{,}13\times 230=29{,}9\geqslant 5$ $\quad n(1-p)=230\times 0{,}87=200{,}1\geqslant 5$
On détermine l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %

$$I=\left[0{,}13-1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}13\times 0{,}87}{230}};0{,}13+1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}13\times 0{,}87}{230}}\right]$$

$1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}13\times 0{,}87}{230}}=0{,}043$ à 10^{-3} près.
$I=[0{,}087;0{,}173]$
f n'appartient pas à I donc **le club d'escrime n'est pas représentatif de la population française.**

Partie C

1.a. En utilisant la calculatrice on obtient :
$P(X\leqslant 300)$ = **0,945** $\quad P(Y\leqslant 300)$ **= 0,818**

1.b. La probabilité du temps de réaction inférieur à 3 dixième de seconde est supérieure pour un escrimeur gaucher par rapport à escrimeur droitier.

2. On trace les axes de symétrie des courbes C et C' on constate que l'on obtient $x=268$ et $x=280$.
Donc la courbe C représente la fonction de densité de X et la courbe C' représente la fonction de densité de Y.