Exercice 1 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie sans justifier le choix effectué.

1. Un laboratoire désire tester l'efficacité d'un médicament. Pour cela, il constitue un échantillon aléatoire de 500 malades auxquels on prescrit ce médicament. On constate que 325 sont guéris au bout d'un mois.
Un intervalle de confiance au niveau 0,95 de la proportion de patients guéris au bout de un mois est :

a. [0,305;0,395] **b.** [0,32;0,33] **c.** [0,605;0,695] **d.** [0,648;0,652]

2. Dans le laboratoire précédent, le nombre minimal de patients à interroger pour obtenir un intervalle de confiance de longueur inférieure ou égale à 0,01 est :

a. 200 **b.** 40 000 **c.** 4 000 **d.** 1 000

3. On admet que la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln(x)}{x}$ est dérivable sur cet intervalle
Si on note f' sa fonction dérivée, alors pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;+\infty[$, on a :

a. $f'(x)=\dfrac{1}{x^2}$ **b.** $f'(x)=\dfrac{\ln(x)-1}{x^2}$ **c.** $f'(x)=\dfrac{1-\ln(x)}{x^2}$ **d.** $f'(x)=\dfrac{1}{x}$

4. Deux collègues communiquent régulièrement par vidéo conférence. On suppose que la durée d'une communication entre ces deux personnes, exprimée en minutes, suit la loi uniforme sur l'intervalle [0;120].
Sachant que la communication dure depuis 30 minutes, la probabilité que la durée de la communication ne ne dépasse pas 90 minutes est égale à :

a. $\dfrac{1}{3}$ **b.** $\dfrac{1}{2}$ **c.** $\dfrac{2}{3}$ **d.** $\dfrac{3}{4}$

CORRECTION

1. **Réponse : c** [0,605;0,695]

Justification non demandée

La proportion de malades guéris au bout d'un mois est : $p=\dfrac{325}{500}=0,65$

L'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 est : $I=\left[0,65-\dfrac{1}{\sqrt{500}};0,65+\dfrac{1}{\sqrt{500}}\right]$

$\dfrac{1}{\sqrt{500}}=0,045$ à 10^{-3} près.

$0,65-0,045=0,605 \qquad 0,65+0,45=0,695$ et $I=[0,605;0,695]$

2. **Réponse : b** 40 000

Justification non demandée

La longueur d'un intervalle de confiance est égale à $\dfrac{2}{\sqrt{n}}$ (n est le nombre de patients).

$\dfrac{2}{\sqrt{n}}\leqslant 0,01 \Leftrightarrow \dfrac{2}{0,01}\leqslant\sqrt{n} \Leftrightarrow 200\leqslant\sqrt{n} \Leftrightarrow 40000\leqslant n$

Le nombre minimal de patients est : 40 000.

3. **Réponse : c** $f'(x)=\dfrac{1-\ln(x)}{x}$

Justification non demandée

$f(x)=\dfrac{\ln(x)}{x} \qquad (x)'=1 \qquad (\ln(x))'=\dfrac{1}{x}$

$f'(x)=\dfrac{x\times\frac{1}{x}-1\times\ln(x)}{x^2}=\dfrac{1-\ln(x)}{x^2}$

4. **Réponse : c** $\dfrac{2}{3}$

Justification non demandée

T est la variable aléatoire égale à la durée en minutes de la communication.
T suit la loi uniforme sur l'intervalle [0;120].
On nous demande de calculer $P_{(30\leqslant T)}(X\leqslant 90)$.

$P_{(30\leqslant T)}(T\leqslant 90)=\dfrac{P(30\leqslant T\leqslant 90)}{P(30\leqslant T)}$

$P(30\leqslant T\leqslant 90)=\dfrac{90-30}{120-0}=\dfrac{60}{120}=\dfrac{1}{2} \qquad P(30\leqslant T)=\dfrac{120-30}{120-0}=\dfrac{90}{120}=\dfrac{3}{4}$

$P_{(30\leqslant T)}(T\leqslant 90)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{2}{3}$