Exercice 1 — 4 points

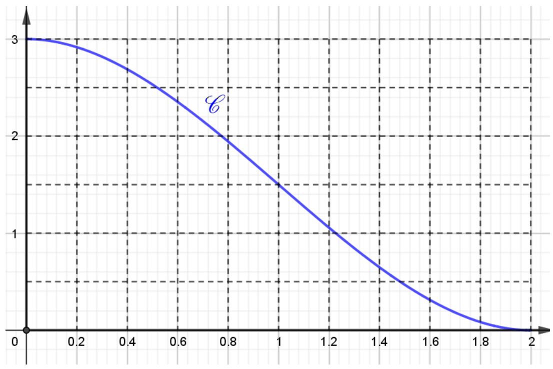
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Aucune justification n'est demandée.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la lettre de la réponse choisie.

1. Soit f la fonction définie et dérivable sur [0;5] par $f(x)=x\ln(x)+1$.
Pour tout nombre réel x de l'intervalle [0;5] :

a. $f'(x)=\dfrac{1}{x}$ **b.** $f'(x)=\dfrac{1}{x}+1$ **c.** $f'(x)=\ln(x)+2$ **d.** $f'(x)=\ln(x)+1$

2. On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représentant une fonction g sur [0;2].



a. g est concave sur l'intervalle [0;2]
b. $g''(x)\geqslant 0$ pour tout x de l'intervalle [0;2]
c. La courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion sur [0;2]
d. $g'(x)>0$

3. $I=\displaystyle\int_0^{\ln(2)} 3e^x\,dx$.
On a :

a. I=3 **b.** I=6 **c.** $I=-3$ **d.** I=3ln(2)

4. Pour tout événement E, on note P(E) sa probabilité. Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n=10 et p=0,3.

a. $P(X=3)=120\times0{,}3^2\times0{,}7^8$
b. $P(X=3)=12\times0{,}3^3\times0{,}7^7$
c. $P(X\geqslant1)=0{,}972$
d. L'espérance de X est 5,15

CORRECTION

1. **Réponse : d** $f'(x)=\ln(x)+1$

Justification

$f(x)=x\ln(x)+1$

$f'(x)=1\times\ln(x)+x\times\frac{1}{x}=\ln(x)+1$

2. **Réponse : c** La courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion sur [0;2]

Justification

$\mathscr{C}$ est en dessous de sa tangente au point d'abscisse 0 et au dessus de sa tangente au point d'abscisse 2 donc g n'est pas convexe ni concave sur [0;2], les affirmations a et b sont fausses.
Par lecture graphique, le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 1 est négatif donc l'affirmation d est fausse.
Conséquence : L'affirmation c est vraie.

3. **Réponse : a** $I=3$

Justification

$f(x)=3e^x \qquad F(x)=3e^x$

F est une primitive de f sur [0;2]

$$\int_0^{\ln(2)} f(x)\,dx = F(\ln(2))-F(0)=3e^{\ln(2)}-3e^0=3\times2-3\times1=3$$

4. **Réponse : c** $P(X\geqslant1)=0{,}972$

Justification

X est une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0{,}3$.
Pour tout entier naturel k tel que $0\leqslant k\leqslant 10$

$$P(X=k)=\binom{10}{k}\times 0{,}3^k\times0{,}7^{10-k}$$

donc $P(X=3)=\binom{10}{3}\times0{,}3^3\times0{,}7^7$

$$\binom{10}{3}=\frac{10\times9\times8}{2\times3}=5\times3\times8=120$$

$P(X=3)=120\times0{,}3^3\times0{,}7^7$

Les affirmations a et b sont fausses.
L'espérance mathématique de X est $E(X)=n\times p=10\times0{,}=3\neq5{,}15$
donc l'affirmation d est fausse
Conséquence : l'affirmation c est vraie. (On peut vérifier ce résultat en utilisant la calculatrice.)