Exercice 1 4 points

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Une justification est attendue.

Affirmation A

Un objet subit trois augmentations successives de 10 %. Une baisse de 25 % suffit à ramener le prix de cet objet en dessous de son prix initial.

Affirmation B

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\ln(x)-\frac{1}{x}+2$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.
La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 passe par le point de coordonnées (2;3).

Affirmation C

La valeur exacte de la somme des 12 premiers termes de la suite géométrique (u_n) de premier terme 4 et de raison $\frac{1}{3}$ est : $6\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{13}\right]$.

Affirmation D

Dans un hôtel , le petit déjeuner n'est servi que jusqu'à 10 heures 15 minutes. Pierre, qui réside dans cet hôtel, se lève entre 9 heures et 11 heures.
On admet que l'heure de lever de Pierre est modélisée par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle [9;11]. La probabilité que pierre ne puisse pas prendre son petit déjeuner est 0,425.

CORRECTION

Affirmation A **VRAIE**

Justification

Pour une augmentation de 10 % le coefficient multiplicateur est : $1+\frac{10}{100}=1+0,1=1,1$.

Le coefficient multiplicateur pour 3 augmentations successives de 10 % est : $1,1\times1,1\times1,1=1,1^3$.

Le coefficient multiplicateur pour une baisse de 25 % est : $1-\frac{25}{100}=1-0,25=0,75$.

Le coefficient multiplicateur total est : $1,1^3\times0,75$ **$= 0,99825 < 1$.**

Donc le prix final de l'objet est en dessous de son prix initial.

Affirmation B **VRAIE**

Justification

$f(x)=\ln(x)-\frac{1}{x}+2$ $\quad f(1)=\ln(1)-\frac{1}{1}+2=0-1+2=1$ $\quad$ A(1;1) appartient à $\mathscr{C}$.

Le coefficient directeur de la tangente en A à $\mathscr{C}$ est : $f'(1)$

$f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ $\quad f'(1)=\frac{1}{1}+\frac{1}{1^2}=2$.

Soit B(2;3), le coefficient directeur de la droite (AB) est : $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{3-1}{2-1}=2$.

Donc la droite (AB) est la tangente en A à la courbe $\mathscr{C}$ ou **la tangente en A à $\mathscr{C}$ passe par B.**

Affirmation C **FAUSSE**

Justification

(u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0=4$ et de raison $q=\frac{1}{3}$

Pour tout entier naturel n : $u_n=u_0\times q^n=4\times\left(\frac{1}{3}\right)^n$

On note S la somme des 12 premiers termes de la suite (u_n) .

$S=u_0+u_1+\ .\ .\ .\ +u_{11}$

$$S=4\times\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{12}}{1-\frac{1}{3}}=4\times\frac{1-(\frac{1}{3})^{12}}{\frac{2}{3}}=\frac{4\times3}{2}\times\left[1-\left[\frac{1}{3}\right)^{12}\right]=6\times\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{12}\right]$$

L'exposant est 12 et non 13.

Affirmation D **FAUSSE**

Justification

Pierre peut prendre son petit déjeuner s'il se lève entre 9 heures et 15 minutes soit 10,25 heures.
La loi de probabilité de la variable aléatoire est uniforme.

La probabilité que Pierre ne prenne pas son petit déjeuner est : $\frac{11-10,25}{11-9}=\frac{0,75}{2}$ **$=0,375 \neq 0,425$**