Exercice 2 *5 points*

Les différentes parties de cet exercice sont indépendantes

Sauf mention contraire, les résultats seront donnés sous forme approchée à 0,001 près

Partie A

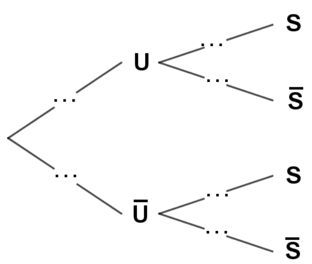
Une étude portant sur la recharge des véhicules électriques indique que 10 % des recharges sont effectuées sur des bornes publiques. Dans les autres cas, la recharge s'effectue chez les particuliers.
Il existe deux types de recharge : la recharge « standard » et la recharge « accélérée ».
Les recharges « standard » représentent 25 % des recharges effectuées sur des bornes publiques et 95 % des recharges effectuées chez les particuliers.
On choisit au hasard un véhicule électrique qui vient d'être rechargé et on considère les événements suivants :

. U : « la recharge a été effectuée sur une borne publique » ;

. S : « la recharge a été effectuée de façon standard ».

On rappelle que si A et B sont deux événements, la probabilité de l'événement A est notée P(A) et celle de A sachant B est notée $P_B(A)$. De plus, $\bar{A}$ désigne l'événement contraire de A.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



2. Justifier que P(S)=0,88

3. Sachant que le véhicule choisi a été rechargé de façon standard, calculer la probabilité que la recharge ait été effectuée sur une borne publique.

Partie B

Une société fabriquant des batteries pour véhicules électriques effectue une charge complète de chacune de ses batteries lors de la fabrication. Des études statistiques ont permis de modéliser la durée de charge de ces batteries, exprimée en heures, par une variable aléatoire T suivant une loi normale de moyenne 6 et d'écart-type σ.

1. Sachant qu'environ 95 % des durées de charge sont comprises entre 2,6 h et 9,4 h, justifier que l'on peut choisir $\sigma=1,7$.

2.a. Calculer $P(T>7)$.

2.b. Sachant que l'une des batteries mise en charge n'est pas rechargé complètement au bout de 7 heures, quelle est la probabilité qu'elle ne le soit toujours pas au bout de 9 heures ?

Partie C

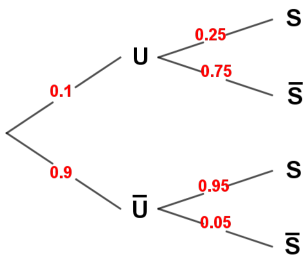
Le fabriquant de batteries affirme que 80 % de ses batteries peuvent assurer 350 cycles de rechargement complet sans perte significative de puissance.
Une association de consommateurs réalise une enquête sur 57 batteries de cette marque.
Parmi celles-ci seules 40 n'ont pas subi de perte de puissance significative. Cette étude peut-elle remettre en cause l'affirmation du constructeur ? Justifier la réponse.

CORRECTION

1. 10 % des recharges sont effectuées sur les bornes publiques donc $P(U)=0{,}1$ et $P(\bar{U})=1-0{,}1=0{,}9$

. Les recharges « standard » représentent 25 % des recharges effectuées sur les bornes publiques et 95 % des recharges effectuées chez les particuliers donc $P_U(S)=0{,}25$ et $P_U(\bar{S})=1-0{,}25=0{,}75$ et $P_{\bar{U}}(S)=0{,}95$ et $P_{\bar{U}}(\bar{S})=1-0{,}95=0{,}05$.

. On obtient l'arbre de probabilités suivant :



2. En utilisant l'arbre de probabilités ou la formules des probabilités totales :

$P(S)=P(U\cap S)+P(\bar{U}\cap S)=P(U)\times P_U(S)+P(\bar{U})\times P_{\bar{U}}(S)=0{,}1\times 0{,}25+0{,}9\times 0{,}95=0{,}025+0{,}855$

P(S)=0,88.

3. On nous demande de calculer $P_S(U)$

$P_U(S)=\dfrac{P(U\cap S)}{P(S)}=\dfrac{0{,}025}{0{,}88}=\dfrac{25}{880}$ = **0,028 à** 10^{-3} **près.**

Partie B

1. On a $P(2{,}6\leqslant T\leqslant 9{,}4)=0{,}95$ or $P(\mu-2\times\sigma\leqslant T\leqslant\mu+2\times\sigma)=0{,}95$

6-2,6=3,4 et 9,6-6=3,4

donc $P(6-2\times 1{,}7\leqslant T\leqslant 6+2\times 1{,}7)=0{,}95$.

On peut donc choisir σ **= 1,7.**

2.a. T suit la loi normale d'espérance $\mu=6$ et d'écart-type $\sigma=1{,}7$.

En utilisant la calculatrice : **P(7<T)=0,278** à 10^{-3} près.

2.b. $P_{(7<T)}(9<T)=\dfrac{P((7<T)\cap P(9<T))}{P(7<T)}=\dfrac{P(9<T)}{P(7<T)}$ = **0,139.**

Partie C

Le Fabriquant affirme que 80 % de ses batteries peuvent assurer 350 cycles de rechargement complet sans perte significative de puissance.

On choisit au hasard un échantillon de 57 batteries donc p=0,8 et n=57.

$n=57\geqslant 30$ et $np=45{,}6\geqslant 5$ et $n(1-p)=11{,}4\geqslant 5$.

On détermine l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion des batteries assurant 350 cycles de rechargement complet sans perte significative de puissance.

$$I=\left[0{,}8-1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}8\times 0{,}2}{57}};0{,}8+1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}8\times 0{,}2}{57}}\right]$$

$1{,}96\times\sqrt{\dfrac{0{,}8\times 0{,}2}{57}}=0{,}104$ à 10^{-3} près.

$I=[0{,}8-0{,}104;0{,}8+0{,}104]=[0{,}696;0{,}904]$

La fréquence observée dans l'échantillon est $f=\dfrac{40}{57}=0{,}702$ à 10^{-3} près.

f appartient à I donc **au seuil de 95 %, on ne remet pas en cause l'affirmation du fabriquant.**

