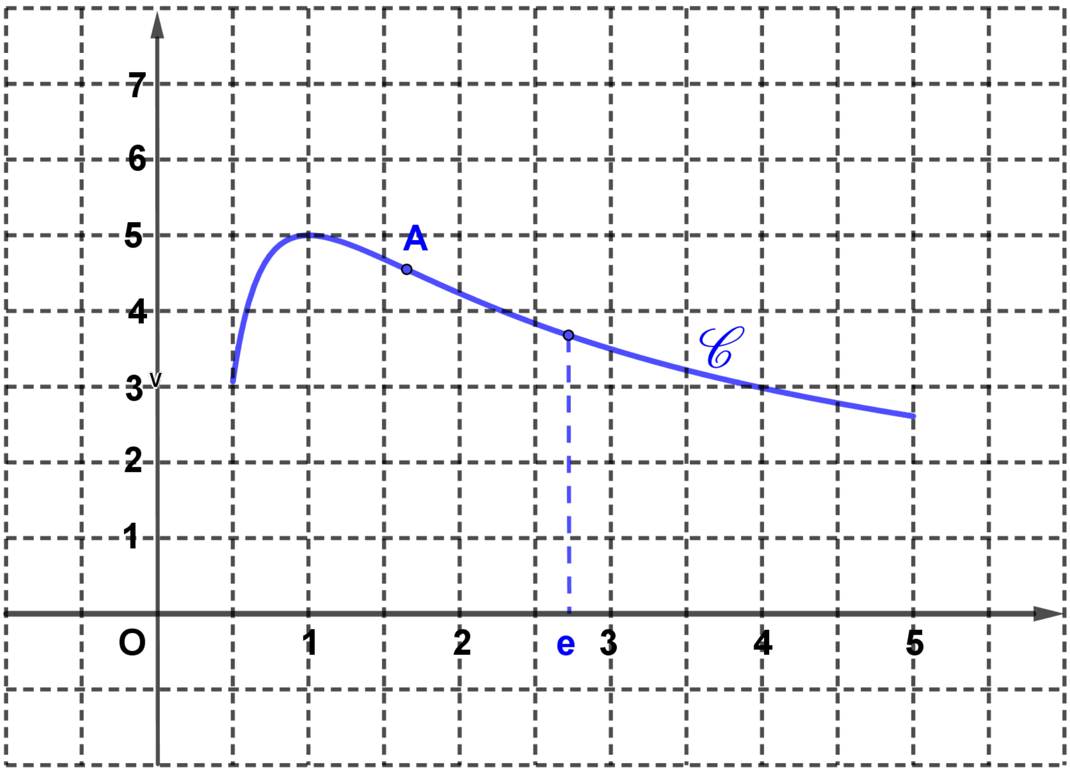
Exercice 1 5 points

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).
Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0,5;5] par : $f(x)=\frac{5+5\ln(x)}{x}$

Sa représentation graphique est la courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous dans un repère d'origine O. On admet que le point A placé sur le graphique est le seul point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$ sur l'intervalle [0,5;5].
On note B le point de cette courbe d'abscisse e.
On admet que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f et f'' sa fonction dérivée seconde.



On admet que pour tout x de l'intervalle [0,5;5] on a :
$f'(x)=\frac{-5\ln(x)}{x^2}$ et $f''¿(x)=\frac{10\ln(x)-5}{x^3}$

1. La fonction f' est :
a. positive ou nulle sur l'intervalle [0,5;5]
b. négative ou nulle sur l'intervalle [1;5]
c. négative ou nulle sur l'intervalle [0,5;1]

2. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B est égal à :
a. $-\frac{5}{e^2}$
b. $\frac{10}{e}$
c. $\frac{5}{e^3}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

3. La fonction f' est :
a. croissante sur l'intervalle [0,5;1]
b. décroissante sur l'intervalle [1;5]
c. croissante sur l'intervalle [2;5]

4. La valeur exacte de l'abscisse du point A de la courbe $\mathscr{C}$ est égale a :
a. 1,65
b. 1,6
c. $e^{0,5}$

5. On note $\mathscr{A}$ l'aire, mesurée en unités d'aire, du domaine plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=1$ et $x=4$.
Cette aire vérifie :
a. $20 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 30$
b. $10 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 15$
c. $5 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 8$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

CORRECTION

1. **Réponse : b** f' **est négative ou nulle sur l'intervalle [0,5;5]**

Justification non demandée

La fonction f est décroissante sur [1;5] donc sa fonction dérivée est négative sur cet intervalle.

2. **Réponse : a** $-\dfrac{5}{e^2}$

Justification non demandée

Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point B est : $f'(e)$

$$f'(x)=\frac{-5\ln(x)}{x^2} \qquad f'(e)=\frac{-5\ln(e)}{e^2}=-\frac{5}{e^2}$$

3. **Réponse : c** f' **est croissante sur l'intervalle [2;5]**

Justification non demandée

A est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$ sur l'intervalle [0,5;5]..

Pour tout nombre réel x appartenant à $[0{,}5;x_A]$, la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse x est au dessus de $\mathscr{C}$ donc f est concave sur $[0{,}5;x_A]$.

On justifie de même que f est convexe sur $[x_A;5]$.

Or $1 < x_A < 2$ donc f est convexe sur [2;5] donc pour tout nombre réel x de l'intervalle [2;5] , on a : $f''(x) \geqslant 0$.

Conséquence :

f' est croissante sur [2;5].

4. **Réponse : c** $e^{0,5}$

Justification non demandée

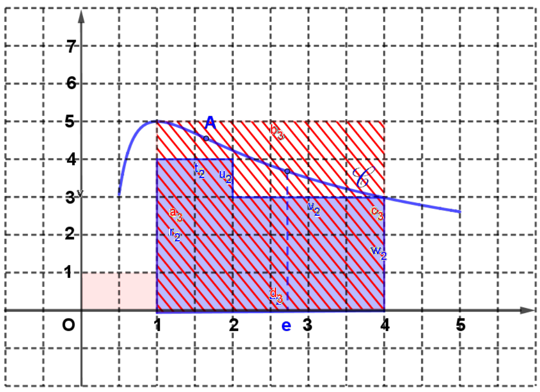
On détermine la solution de l'équation $f''(x)=0$ appartenant à [0,5;5].

$$\frac{10\ln(x)-5}{x^3}=0 \iff 10\ln(x)-5=0 \iff \ln(x)=\frac{5}{10}=0{,}5 \iff x=e^{0,5}$$

5. **Réponse : b** $10 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 15$

Justification non demandée

L'unité d'aire est l'aire d'un rectangle contenant deux carrés du quadrillage.



Le domaine plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=1$ et $x=4$ contient un polygone coloré en bleu d'aire 10 unités d'aire et est contenu dans un rectangle hachuré en rouge d'aire 15 unités d'aire.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés