

**Exercice 2****5 points**

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Les résultats numériques seront donnés, si nécessaire, sous forme approchée à 0,01 près.

**Partie A**

Un commerçant dispose dans sa boutique d'un terminal qui permet à ses clients, s'ils souhaitent régler leurs achats par carte bancaire, d'utiliser celle-ci en mode sans contact (quand le montant de la transaction est inférieur ou égal à 30€ ou en mode code secret (quel que soit le montant de la transaction).

Il remarque que :

- . 80 % de ses clients règlent des sommes inférieures ou égales à 30€.

Parmi eux :

- 40 % paient en espèces ;
- 40 % paient avec la carte bancaire en mode sans contact ;
- Les autres paient avec une carte bancaire en mode code secret.

- . 20 % de ses clients règlent des sommes strictement supérieures à 30€.

Parmi eux :

- 70 % paient avec une carte bancaire en mode code secret ;
- les autres paient en espèces.

On interroge au hasard un client qui vient de régler un achat dans sa boutique.

On considère les événements suivants :

- . V « pour son achat, le client a réglé un montant inférieur ou égal à 30€ » ;
- . E « pour son achat, le client a réglé en espèces » ;
- . C « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode code secret » ;
- . S « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode sans contact ».

**1.a.** Donner la probabilité de l'événement V, notée  $P(V)$ , ainsi que la probabilité de S sachant V notée  $P_V(S)$ .

**1.b.** Traduire la situation de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

**2.a.** Calculer la probabilité que pour un achat, le client ait réglé un montant inférieur ou égal à 30€ et qu'il ait utilisé sa carte bancaire en mode sans contact.

**2.b.** Montrer que la probabilité de l'événement : « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en utilisant l'un des deux modes » est égale à 0,62.

**Partie B**

On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la dépense en euros d'un client suite à un achat chez ce commerçant.

On admet que X suit la loi normale de moyenne 27,5 et d'écart-type 3.

On interroge au hasard un client qui vient d'effectuer un achat dans la boutique.

**1.** Calculer la probabilité que ce client est dépensé moins de 30€.

**2.** Calculer la probabilité que ce client ait dépensé entre 24,5€ et 30,5€.

**Partie C**

Une enquête de satisfaction a été réalisée au près d'un échantillon de 200 clients de cette boutique.

Parmi eux, 175 trouvent que le dispositif sans contact du terminal est pratique.

Déterminer, avec un niveau de confiance de 0,95, l'intervalle de confiance de la proportion p de clients qui trouvent que le dispositif sans contact est pratique.

**CORRECTION**

**Partie A**

1.a. 80 % des clients règlent des sommes inférieures ou égales à 30€.

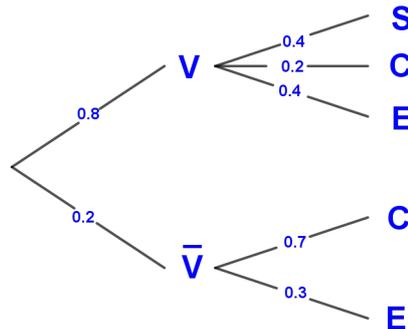
Donc  $P(V) = 0,8$  et  $P(\bar{V}) = 1 - 0,8 = 0,2$ .

Parmi les clients réglant des sommes inférieures à 30€, 40 % paient avec une carte bancaire en mode sans contact donc  $P_S(C) = 0,4$ .

1.b. On obtient de même :

$P_V(E) = 0,4$     $P_V(C) = 0,2$     $P_{\bar{V}}(C) = 0,7$     $P_{\bar{V}}(E) = 0,3$ .

On obtient l'arbre pondéré suivant :



2.a. On nous demande de calculer  $P(V \cap S)$ .

$P(V \cap S) = P(V) \times P_V(S) = 0,8 \times 0,4 = 0,32$ .

2.b. L'événement : « le client a réglé avec sa carte bancaire en utilisant l'un des deux modes » est l'événement  $\bar{E}$ .

E est l'événement : « le client a réglé en espèces ».

En utilisant la formule des probabilités totales :

$P(E) = P(V \cap E) + P(\bar{V} \cap E) = P(V) \times P_V(E) + P(\bar{V}) \times P_{\bar{V}}(E) = 0,8 \times 0,4 + 0,2 \times 0,3 = 0,32 + 0,06 = 0,38$ .

$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,38 = 0,62$ .

**Partie B**

1. En utilisant la calculatrice :

$P(X \leq 30) = 0,80$  à  $10^{-2}$  près.

2. En utilisant la calculatrice :

$P(24,5 \leq X \leq 30,5) = 0,68$  à  $10^{-2}$  près.

Remarque

$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0,68$ .

**Partie C**

La proportion déterminée dans l'échantillon de taille  $n = 200$  :  $p = \frac{175}{200} = \frac{7}{8} = 0,875$

$n = 200 \geq 30$     $np = 175 \geq 5$     $n(1-p) = 25 \geq 5$ .

L'intervalle de confiance, au niveau de confiance 0,95, de la proportion de clients qui trouvent que le dispositif

sans contact est pratique, est donc :  $I = \left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[ 0,875 - \frac{1}{\sqrt{200}} ; 0,875 + \frac{1}{\sqrt{200}} \right]$ .

$\frac{1}{\sqrt{200}} = 0,071$  à  $10^{-3}$  près    $0,875 - \frac{1}{\sqrt{200}} = 0,80$  à  $10^{-2}$  près    $0,875 + \frac{1}{\sqrt{200}} = 0,96$  à  $10^{-2}$  près.

**$I = [0,80; 0,95]$**