

Exercice

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sin x}{x} \text{ si } x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases} .$$

Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .

Correction :

On pose $u(x) = \sin x$ et $v(x) = x$

u et v sont **deux fonctions continues sur \mathbb{R}** .

Donc $\frac{\sin x}{x}$ est le quotient de deux fonctions continues sur $] -\infty; 0[$ et sur $] 0; +\infty[$ donc $\frac{\sin x}{x}$ est **continue**
sur $] -\infty; 0[$ et sur $] 0; +\infty[$

Étude de la continuité en 0:

D'après la fiche d'exercices sur les limites de fonctions:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\text{Or } f(0) = 1$$

$$\text{Donc, } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

Par suite, f est continue en 0.

Donc, **f est continue sur \mathbb{R}** .