Exercice

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer les intervalles sur lesquels elles sont dérivables, et calculer leur dérivée.

1. $f(x)=\left(\dfrac{3x}{2-x}\right)^3$

2. $g(x)=\sqrt{x^2-3x+2}$

3. $h(x)=\dfrac{-3}{(2x-5)^2}$

Correction :

1. f est dérivable sur D= $]-\infty;2[\ \cup\ ]2;+\infty[$

On pose pour $x \in$ D $u(x)=\dfrac{3x}{2-x}$

$f(x)=(u(x))^3$

Pour $x \in$ D, $f'(x)=3(u(x))^2 \times u'(x)$

Or, pour $x \in$ D, $u'(x)=\dfrac{3(2-x)-3x(-1)}{(2-x)^2}=\dfrac{6}{(2-x)^2}$

Pour $x \in$ D, $\boxed{f'(x)=3\left(\dfrac{3x}{2-x}\right)^2 \times \dfrac{6}{(2-x)^2}=\dfrac{162x^2}{(2-x)^4}}$

2. $x^2-3x+2=0$

$\Delta=(-3)^2-4\times1\times2=9-8=1$

$x_1=\dfrac{3-1}{2}=1$ et $x_2=\dfrac{3+1}{2}=2$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
x^2-3x+2		+	0	–	0	+	

g est dérivable sur D= $]-\infty;1[\ \cup\ ]2;+\infty[$

On pose pour $x \in$ D, $u(x)=x^2-3x+2$

$g(x)=\sqrt{u(x)}$

Pour $x \in$ D, $g'(x)=\dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

Or, pour $x \in$ D, $u'(x)=2x-3$

Pour $x \in$ D, $\boxed{g'(x)=\dfrac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+2}}}$

3. h est dérivable sur D= $]-\infty;\frac{5}{2}[\ \cup\ ]\frac{5}{2};+\infty[$

On pose pour $x \in$ D, $u(x)=2x-5$

$h(x)=-3\times\dfrac{1}{(u(x))^2}$

Pour $x \in$ D, $h'(x)=-3\times\dfrac{-2u'(x)}{(u(x))^3}$

Or, pour $x \in$ D, $u'(x)=2$

Pour $x\times$D, $\boxed{h'(x)=\dfrac{12}{(2x-5)^3}}$