Exercice

Pour chacun des exercices ci-dessous, déterminez la fonction dérivée f' de f sur l'intervalle considéré.

1. $f\ :\ x \longmapsto 8\sqrt{-2x-1}$ sur $\left]-\infty;-\dfrac{1}{2}\right[$.

2. $f\ :\ x \longmapsto \dfrac{3}{5}\sqrt{x^2-8x+21}$ sur $\mathbb{R}$

3. $f\ :\ x \longmapsto -2\sqrt{1-4x}$ sur $\left]-\infty;\dfrac{1}{4}\right[$.

4. $f\ :\ x \longmapsto 6\sqrt{5x^2+3}$ sur $\mathbb{R}$

Correction :

1. On pose pour $x \in\ ]-\infty;-\frac{1}{2}[$, $u(x)=-2x-1$

$f(x)=8\sqrt{u(x)}$

Pour $x \in\ ]-\infty;-\frac{1}{2}[$, $f'(x)=8\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

Or, pour $x \in\ ]-\infty;-\frac{1}{2}[$, $u'(x)=-2$

Pour $x \in\ ]-\infty;-\frac{1}{2}[$, $\boxed{f'(x)=\frac{-8}{\sqrt{-2x-1}}}$

2. On pose pour $x \in \mathbb{R}$, $u(x)=x^2-8x+21$

$f(x)=\frac{3}{5}\sqrt{u(x)}$

Pour $x \in \mathbb{R}$, $f'(x)=\frac{3}{5}\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

Or, pour $x \in \mathbb{R}$, $u'(x)=2x-8$

Pour $x \in \mathbb{R}$, $\boxed{f'(x)=\frac{3}{5}\frac{2x-8}{2\sqrt{x^2-8x+21}}=\frac{3(x-4)}{5\sqrt{x^2-8x+21}}}$

3. On pose pour $x \in\ ]-\infty;\frac{1}{4}[$, $u(x)=1-4x$

$f(x)=-2\sqrt{u(x)}$

Pour $x \in\ ]-\infty;\frac{1}{4}[$, $f'(x)=8\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

Or, pour $x \in\ ]-\infty;\frac{1}{4}[$, $u'(x)=-4$

Pour $x \in\ ]-\infty;\frac{1}{4}[$, $\boxed{f'(x)=\frac{-16}{\sqrt{1-4x}}}$

4. On pose pour $x \in \mathbb{R}$, $u(x)=5x^2+3$

$f(x)=6\sqrt{u(x)}$

Pour $x \in \mathbb{R}$, $f'(x)=6\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

Or, pour $x \in \mathbb{R}$, $u'(x)=10x$

Pour $x \in \mathbb{R}$, $\boxed{f'(x)=\frac{30x}{\sqrt{5x^2+3}}}$