Exercice

Démontrer que pour tout nombre réel x, on a $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x-1=0$

Correction :

Pour tout nombre réel x ,

$\cos^2 x+\sin^2 x=1$

Donc $(\cos^2 x+\sin^2 x)^3=1^3=1$

Or, $(\cos^2 x+\sin^2 x)^3=(\cos^2 x)^3+3(\cos^2 x)^2\sin^2 x+3\cos^2 x(\sin^2 x)^2+(\sin^2 x)^3$

Donc, $\cos^6 x+\sin^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x(\cos^2 x+\sin^2 x)=1$

Or, $\cos^2 x+\sin^2 x=1$

Donc, $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x=1$

Et, $\boxed{\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x-1=0}$

