

Exercice

1. Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x \ln x$.

a) Calculer $g'(x)$.

b) En déduire une primitive F sur $]0; +\infty[$ de $\ln$.

2. Calculer $\int_1^e \ln x \, dx$

Correction :

1. a) g est **dérivable** sur $]0; +\infty[$

$$g'(x) = 1 \times \ln x + x \times \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

b) $\ln x = g'(x) - 1$

On peut choisir :

$$F(x) = g(x) - x$$

Donc, une **primitive** F sur $]0; +\infty[$ de $\ln$ est $F(x) = x \ln x - x$

2.

$$\int_1^e x \ln x \, dt = [F(x)]_1^e = e \ln e - e - 1 \ln 1 + 1$$

$$\int_1^e x \ln x \, dt = 1$$