Exercice

Théorème des gendarmes

1. Montrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$, on a : $-\dfrac{1}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{1}{x}$

2. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sin x}{x}$

Correction :

1. Pour tout $x \in]0;+\infty[$ $-1 \leqslant sinx \leqslant 1$

Pour $x>0$, $\boxed{-\frac{1}{x} \leqslant \frac{sinx}{x} \leqslant \frac{1}{x}}$

2. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-1}{x} = 0$

D'après le théorème des gendarmes, $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{sinx}{x} = 0}$