

Exercice

Limite en une valeur réelle

Dans chacun des cas suivants, étudier la limite en a de la fonction f définie sur $\mathcal{D}$.

1. $f(x) = \frac{3x}{x-4}$, $a=4$, $\mathcal{D} =]4; +\infty[$

2. $f(x) = \frac{3x}{x-4}$, $a=4$, $\mathcal{D} =]-\infty; 4[$

3. $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$, $a=1$, $\mathcal{D} =]-1; 1[$

4. $f(x) = \frac{2x-1}{(x-2)^2}$, $a=2$, $\mathcal{D} =]-\infty; 2[$

Correction :

$$1. \lim_{x \rightarrow 4^+} x - 4 = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} 3x = 12$$

$$\text{Donc: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{3x}{x-4} = +\infty}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4^-} x - 4 = 0^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} 3x = 12$$

$$\text{Donc: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{3x}{x-4} = -\infty}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 - 1 = 0^-$$

$$\text{Or, } \lim_{X \rightarrow 0^-} \frac{1}{X} = -\infty$$

$$\text{Donc: } \boxed{\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x^2 - 1} = -\infty}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2^-} 2x - 1 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x - 2 = 0^-$$

$$\text{Or } \lim_{X \rightarrow 0^+} X^2 = 0^+$$

$$\text{Donc: } \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-2)^2 = 0^+$$

$$\text{Or, } \lim_{X \rightarrow 0^+} \frac{1}{X} = +\infty$$

$$\text{Donc: } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{(x-2)^2} = +\infty$$

$$\text{Par suite, } \boxed{\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1}{(x-2)^2} = +\infty}$$