

Exercice

Comparaison de limites

1. Déterminer un encadrement sur \mathbb{R} de $f(x) = x + \sin x$ par deux fonctions affines.
2. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Correction :

1. Pour tout nombre réel x :

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$x - 1 \leq x + \sin x \leq x + 1$$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 = +\infty$

et $x - 1 \leq f(x)$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x + 1 = -\infty$$

et $f(x) \leq x + 1$ donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$